

Statistische Methoden zur Suche nach Anisotropien im Fluss der kosmischen Strahlung mit AMS-02

Bachelorarbeit
von

Fabian Block

An der Fakultät für Physik
Institut für experimentelle Kernphysik (IEKP)

Erstgutachter: Prof. Dr. Wim de Boer
Zweitgutachter: Dr. Iris Gebauer

Abgabedatum: 09. Juni 2015

Ich versichere wahrheitsgemäß, die Arbeit selbstständig angefertigt, alle benutzten Hilfsmittel vollständig und genau angegeben und alles kenntlich gemacht zu haben, was aus Arbeiten anderer unverändert oder mit Abänderungen entnommen wurde.

Karlsruhe, 09. Juni 2015

.....

(Fabian Block)

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Physikalische Grundlagen für die Suche nach Anisotropien	3
2.1. Die kosmische Strahlung	3
2.1.1. Historisches	3
2.1.2. Teilchenzusammensetzung der kosmischen Strahlung	4
2.1.3. Energetische Verteilung der kosmischen Strahlung	5
2.1.4. Quellen der kosmischen Strahlung	6
2.1.5. Aktuelle Experimente und Erkenntnisse	7
2.2. AMS-02	8
2.2.1. Historisches	8
2.2.2. Aufbau	9
2.3. Positronenüberschuss und mögliche Quellen	14
2.4. Dunkle Materie	16
2.4.1. Evidenzen	16
2.4.2. Kandidaten	19
2.4.3. Nachweismethoden	20
3. Suche nach Anisotropien mit AMS-02	25
3.1. Störende Einflüsse	25
3.2. Referenzkarten	27
3.3. Auswertung	29
4. Run-Test (Wald-Wolfowitz-Test)	31
4.1. Statistische Methoden	31
4.2. Motivation	32
4.3. Verfahren	32
5. Toy Monte-Carlo-Simulation	35
5.1. Motivation	35
5.2. Verfahren	35
5.3. Untersuchung auf Zufälligkeit und Verhalten durch Integration	40
5.4. Eingestreute Signale	46
5.5. Auswertung mit verschiedenen Hypothesentests	47
5.5.1. Kolmogorov-Smirnow-Test	47
5.5.2. Likelihood-Ratio-Test	48
6. Zweidimensionale Monte-Carlo-Simulation	51
6.1. Definition der Anisotropie	51
6.2. Projektion auf eine Dimension	52
6.3. Verfahren	53
6.3.1. Abhängigkeit von der Balkenbreite des Histogramms	53

6.3.2. Erzeugen der Referenzverteilungen	55
7. Anwendung des Run-Tests auf die gemessene Positronenverteilung des AMS-02	59
7.1. Angewandter Likelihood-Ratio-Test	59
7.2. Methodischer Gegentest	60
7.3. Anwendung Run-Test	63
7.3.1. Analyse Φ -Projektion	65
7.3.2. Analyse Θ -Projektion	67
8. Schlussfolgerungen	69
Literaturverzeichnis	71
Anhang	76
A. Projektion verschiedener Dipole	76
B. Zweidimensionale Referenzverteilungen	79
C. Ereigniss- und Signifikanzhistogramme der Positronenauswertung	82

1. Einleitung

Ein großes Ziel der Teilchenphysiker ist es, die Bestandteile und den Ursprung der Materie erklären zu können, wohingegen Astrophysiker sich mit Ereignissen beschäftigen, die ihren Ursprung außerhalb der Erde haben.

Der österreichische Physiker Viktor Hess konnte 1912 feststellen, dass die Erde ununterbrochen von hochenergetischen Teilchen aus dem Weltraum getroffen wird. Für diese Strahlung aus dem Weltraum setzte sich der Begriff der kosmischen Strahlung durch.

Von 1932 bis 1947 interessierte sich insbesondere die Teilchenphysik für die kosmische Strahlung. Mit ihrer Hilfe konnte die Teilchenphysik wichtige Erkenntnisse bezüglich neuer Teilchensorten erlangen. So wurden in diesem Zeitraum zum Beispiel das Positron, das Myon und das Pion entdeckt. Die Entdeckung dieser Teilchen motivierte zum Bau von Beschleunigerexperimenten [1][2].

Für den Entwicklungsprozess, den die Teilchenphysik im Laufe des 20. Jahrhunderts genommen hat, war die kosmische Strahlung ein enorm wichtiger Baustein.

Aus der Symbiose zwischen Teilchenphysik, Astrophysik und Kosmologie ging als neues Fachgebiet die Astroteilchenphysik hervor.

Eine bisher noch nicht beantwortete Frage, die durch die Bildung der Astroteilchenphysik offensichtlich wurde, ist die der Dunklen Materie. Mit Hilfe astrophysikalischer Überlegungen und Beobachtungen kann abgeschätzt werden, dass eine Form von Materie, die lediglich gravitativ und schwach wechselwirkt, in großen Mengen im Weltraum vorhanden sein muss. Da sie nicht elektromagnetisch wechselwirkt, wird die unbekannte Materie Dunkle Materie genannt. Diese lässt sich allerdings mit dem Standardmodell der Teilchenphysik nicht erklären. Ein möglicher Kandidat als Bestandteil der Dunklen Materie außerhalb des Standardmodells ist das supersymmetrische Neutralino.

Astroteilchenphysiker auf der ganzen Welt arbeiten an verschiedenen Experimenten zum Nachweis der Dunklen Materie. Eine wichtige Rolle zum Nachweis der Dunklen Materie ist die Vermessung der kosmischen Strahlung. Eines der neuesten und leistungsstärksten Experimente zur Vermessung dieser Strahlung ist das AMS-02 Experiment (vgl. Abb. 1.1) an Bord der Internationalen Raumstation (ISS¹).

Bei der Vermessung der kosmischen Strahlung konnte ein deutlicher Positronenüberschuss festgestellt werden. Sollte dieser Überschuss als Ursprung die Dunkle Materie haben, wären über die Analyse der Positronen Rückschlüsse auf die Dunkle Materie möglich. Als mögliche Quelle kommen neben der Dunklen Materie noch schnell rotierende Neutronensterne, sogenannte Pulsare, in Frage. Da ein Pulsar als Punktquelle approximiert werden

¹International Space Station

kann, würden die Positronen, die einen Pulsar als Ursprung haben, aus einer bevorzugten Richtung auf die Erde treffen. Sollte die Dunkle Materie Quelle dieses Überschusses sein, dürfte nur eine schwache bis keine Richtungsabhängigkeit vorhanden sein. Existiert eine bevorzugte Richtung, wird die kosmische Strahlung als anisotrop bezeichnet, andernfalls ist sie isotrop.



Abbildung 1.1.: Der AMS-02 Detektor an Bord der ISS montiert [3].

In dieser Arbeit soll mit Hilfe eines statistischen Verfahrens, dem Run-Test, die kosmische Strahlung und insbesondere der Positronenfluss, gemessen durch AMS-02, auf Anisotropien untersucht werden. Zu diesem Zweck werden in Kapitel 2 die physikalischen Grundlagen, die wichtig für diese Arbeit sind, beleuchtet. In Kapitel 3 werden die Probleme sowie gängige Verfahren zur Suche nach Anisotropien vorgestellt. Kapitel 4 beschreibt den Run-Test, welcher in Kapitel 5 mit Hilfe einer Simulation auf Anwendbarkeit überprüft wird. Kapitel 6 liefert eine zweidimensionale Simulation und die Grundlage für die Auswertung der Messwerte, welche in Kapitel 7 durchgeführt wird.

2. Physikalische Grundlagen für die Suche nach Anisotropien

In diesem Abschnitt werden die physikalischen Theorien, die für die Suche nach Anisotropien im Fluss der kosmischen Strahlung notwendig sind, erläutert.

2.1. Die kosmische Strahlung

In den Informationen, die die kosmische Strahlung beinhaltet, liegt die physikalische Motivation für diese Bachelorarbeit. Um diese Motivation besser verstehen zu können, muss die kosmische Strahlung von allen Seiten beleuchtet werden.

2.1.1. Historisches

Die Erde wird ununterbrochen von hochenergetischen Teilchen aus dem Weltraum getroffen. Der österreichische Physiker Viktor Hess (1883-1964) konnte dies 1912 als erster Wissenschaftler feststellen. Er wurde für die Entdeckung und die Untersuchung der Strahlung aus dem Weltraum 1936 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet.

Vor der Entdeckung durch Hess war lediglich bekannt, dass es auf der Erdoberfläche ionisierende Strahlung gibt. Da zu dieser Zeit die natürliche Radioaktivität bekannt war, wurde davon ausgegangen, dass diese ionisierende Strahlung in radioaktiven Nukliden im Inneren der Erde ihren Ursprung hat. Hess stieg für sein Experiment in einem Heißluftballon bis auf die Höhe von 5000 Metern und führte dabei kontinuierliche Messungen der Ionisierungsrate mit Elektrometern durch. Dabei entdeckte er, dass die Ionisierung mit steigender Höhe zunimmt. Seine Schlussfolgerung war, dass die Strahlung im Weltraum ihren Ursprung hat. Der amerikanische Physiker Robert Millikan prägte für diese Strahlung den heute üblichen Begriff „Kosmische Strahlung“¹.

Das Ergebnis der Heißluftballonexperimente machte die Untersuchung der kosmischen Strahlung populär. Der sowjetische Physiker Dimitry Skobelzyn war der Erste, dem es gelang, ein Sekundärteilchen der kosmischen Strahlung in einer Nebelkammer sichtbar zu machen und zu fotografieren. 1938 entdeckte Pierre Auger bei einem Koinzidenzexperiment, dass zwei mehrere hundert Meter entfernte Detektoren mehrere Teilchen zur gleichen Zeit gemessen hatten. Er schlussfolgerte auf die Existenz von räumlich ausgedehnten Luftschauern, die durch ein einzelnes energiereiches Primärteilchen verursacht werden und eine

¹engl.: cosmic rays

ganze Lawine an Sekundärteilchen erzeugt. Auger schätzte, dass die Energie dieser Primärteilchen bei ca. 10^{15} MeV liegen müsste.

Von 1932 bis 1947 interessierte sich insbesondere die Teilchenphysik für die kosmische Strahlung, da die darin enthaltenen hochenergetischen Teilchen für die damaligen Verhältnisse gut untersucht werden konnten. Diese Untersuchungen führten unter anderem zu der Entdeckung des Positrons und des Pions. Um diese Teilchen genauer untersuchen zu können, erfolgte der Bau von Beschleunigern [1][2].

2.1.2. Teilchenzusammensetzung der kosmischen Strahlung

Mit 85% machen Protonen den größten Teil der kosmischen Strahlung aus, danach folgen Heliumkerne mit 12%. Die restlichen 3% werden von schwereren Atomkernen ($Z > 3$) sowie Elektronen und Positronen gebildet. Ein verschwindend geringer Anteil wird von Neutrinos, Antiprotonen und Photonen gebildet. Wird die chemische Zusammensetzung der kos-

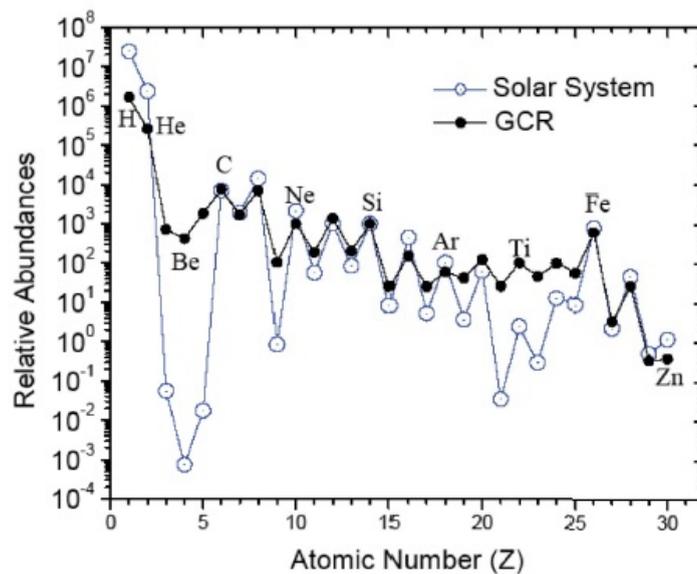


Abbildung 2.1.: Relative Häufigkeit der Elemente in der kosmischen Strahlung und im Sonnensystem [2].

mischen Strahlung (vgl. Abb. 2.1) mit der Häufigkeit in unserem Sonnensystem verglichen, ist eine bestimmte Ähnlichkeit vorhanden. In Fusionsreaktionen werden bevorzugt stabile Nuklide produziert, was die Vermutung nahe legt, dass die stabilen Nuklide in der kosmischen Strahlung ebenfalls in Fusionsreaktionen erzeugt wurden. Da die relative Häufigkeit von Kohlenstoff (C), Stickstoff (N), Sauerstoff (O) und Eisen (Fe) näherungsweise übereinstimmen, wird eine Elementsynthese in den Sternen vermutet. Dies ist der sogenannte CNO-Zyklus mit Eisen als Ende der Fusionskette. Der größte Unterschied zwischen der kosmischen Strahlung und der Häufigkeit in unserem Sonnensystem liegt in der relativen Häufigkeit von Beryllium (Be). Beryllium tritt bei thermonuklearen Reaktionen lediglich als Zwischenprodukt auf und ist daher in Sternen relativ selten. In der kosmischen Strahlung hingegen entsteht Beryllium in relativ großen Mengen bei Stößen von Kohlenstoff, Stickstoff und Sauerstoff mit dem interstellaren Gas als Sekundärteilchen. Ein relativer Überschuss ist ebenfalls bei Titan (Ti) festzustellen, welches als Spaltungsprodukt von Eisen entsteht [2]. Somit können die Unterschiede in den relativen Abundanzen darauf zurückgeführt werden, dass in der kosmischen Strahlung ein großer Anteil durch sekundäre Prozesse wie Stöße oder Spaltungen entsteht.

2.1.3. Energetische Verteilung der kosmischen Strahlung

Werden die Zahlen der Teilchen, die pro Raumwinkelintervall, Zeit, Fläche und Energieintervall auf die Erde treffen, gemessen, ergibt sich der Teilchenfluss Φ . Wird Φ in Abhängigkeit von der Energie aufgezeichnet, ergibt sich das Energiespektrum (vgl. Abb. 2.2) der kosmischen Strahlung. Das Spektrum hat bei kleineren Energien einen extrem hohen

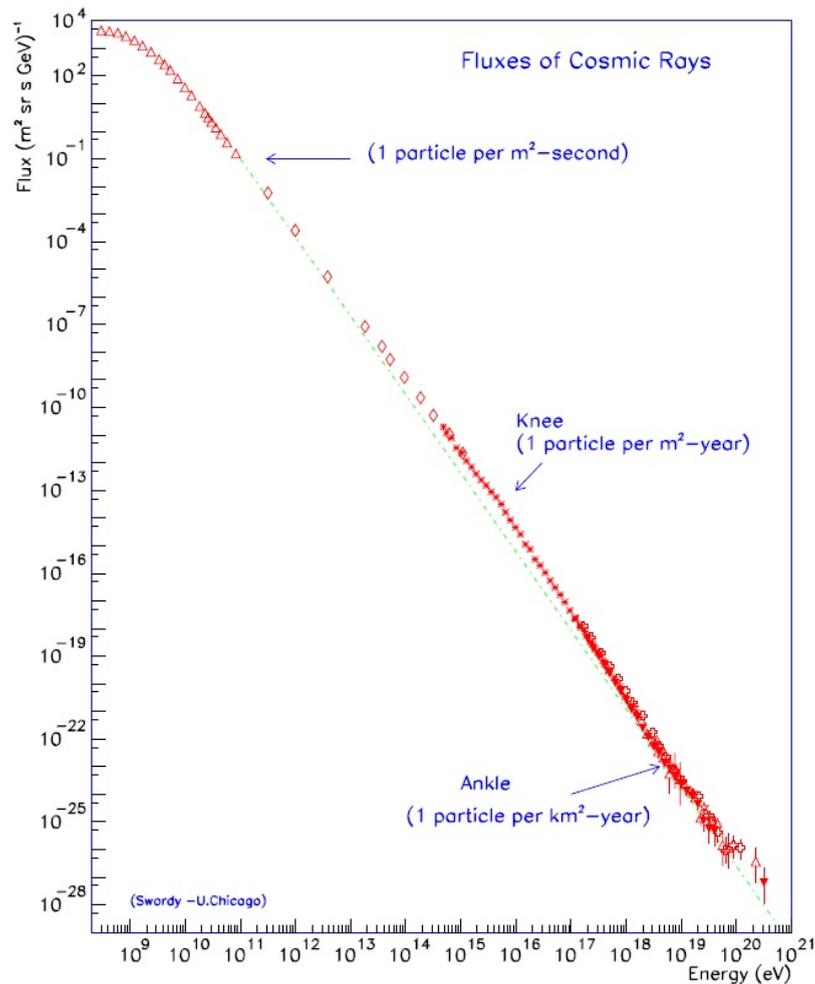


Abbildung 2.2.: Energiespektrum der geladenen Komponente der kosmischen Strahlung [2].

Teilchenflusswert, fällt aber für höhere Energien stark ab. Als Faustregel gilt, dass bei einer zehnmal höheren Energie der Teilchenfluss um den Faktor tausend zurückgeht. Bei Energien von circa 10^{12} eV werden im Mittel zehn Teilchen pro Quadratmeter und pro Minute gemessen. Steigt der Energiebereich um acht Größenordnungen, kann nur noch ein Ereignisse pro Quadratkilometer und pro 200 Jahren nachgewiesen werden. Das Energiespektrum weist vier charakteristische Merkmale auf:

- Bei geringen Energien (unterhalb einigen GeV) bricht das Energiespektrum ab, da das Erdmagnetfeld die Teilchen so stark ablenkt, dass sie die Erde nicht mehr erreichen. Erst ab einer Energie von 30 GeV ist der Einfluss des Erdmagnetfeldes zu vernachlässigen.

- In dem Energiebereich zwischen 10 GeV und 10^{14} GeV folgt der Teilchenfluss einem Potenzgesetz:

$$\Phi(E) = \Phi_0 \cdot E^{-2,7} = 1,8 \cdot 10^4 \left(\frac{E}{\text{GeV}} \right)^{-2,7} \frac{\text{Nukleonen}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{sr} \cdot \text{GeV}}. \quad (2.1)$$

- Der Knick im Energiespektrum bei 10^{15} GeV wird Knie genannt. In dem Energiebereich zwischen Knie und 10^{16} GeV wird der Abfall des Teilchenflusses zuerst etwas flacher, bevor er deutlich steiler wird. In diesem Bereich gehorcht der Teilchenstrom einem Potenzgesetz mit $\Phi \propto E^{-3,0}$.
- In dem Energiebereich größer als 10^{18} GeV wird das Spektrum wieder etwas flacher, der Knick bei 10^{18} GeV wird 'Knöchel' genannt.

Die geladene Komponente der kosmischen Strahlung hat eine Energiedichte von 1 MeV/m^3 und trägt damit den größten Teil zur Energiedichte im interstellaren Raum bei (vgl. Tabelle 2.1).

Tabelle 2.1.: Beiträge zur Energiedichte im interstellaren Raum der Milchstraße [2].

Beitrag	[MeV/m ³]
Sternenlicht (optisch)	0,6
Kosmische Strahlung	1
Mikrowellenhintergrund	0,26
galaktisches Magnetfeld	0,25

2.1.4. Quellen der kosmischen Strahlung

Der größte Teil der kosmischen Strahlung stammt von Quellen innerhalb der Milchstraße. Für Teilchen mit einer Energie bis ca. 10 MeV gilt die Sonne als Quelle. Diese Teilchen können durch Sonnenwinde oder Sonneneruption und Massenauswürfe der Sonne entstanden sein.

Für Teilchen ab einer Energie von 1 GeV bis 10^9 GeV ist die Sonne als Quelle ausgeschlossen. Diese Teilchen stammen dennoch aus der Milchstraße (galaktische kosmische Strahlung). Als Hauptquelle solcher Teilchen sind Supernovaexplosionen zu nennen. Dies sind Explosionen von Sternen am Ende ihrer Lebenszeit. Hierbei werden große Mengen Materie ausgestoßen, die eine Stoßwelle von magnetisiertem Plasma ausbilden. An den Magnetfeldern der Stoßwelle werden Teilchen mehrfach reflektiert, wobei sie statistisch gesehen im Mittel Energie gewinnen. Dieser als Fermi-Mechanismus bekannter Vorgang ist ein statistischer Prozess; nicht jedes Teilchen bekommt dabei die gleiche Energie zugeführt. Die Energie des Fermi-Mechanismusses ist nach oben begrenzt, da die Stoßfront eine begrenzte Ausbreitungsgeschwindigkeit hat. Zusätzlich zur begrenzten Energie kommt es für leichte Leptonen zu Energieverlusten in Form von Synchrotron- oder Bremsstrahlung. Mögliche andere Quellen für hochenergetische Positronen und Elektronen sind Pulsare, also schnell rotierende Neutronensterne. Teilchen der kosmischen galaktischen Strahlung werden im galaktischen Magnetfeld eingefangen, welches ca. $3 \mu\text{T}$ stark ist, und haben eine mittlere Verweildauer in der Milchstraße von 10^7 Jahren.

Für Teilchen mit einem Energiegehalt im Bereich des Knöchels des Energiespektrums werden Quellen außerhalb der Milchstraße angenommen, da in der Milchstraße keine Quellen mit derart hohen Energien bekannt sind. Diese Teilchen haben eine so hohe kinetische Energie, dass sie im galaktischen Magnetfeld nicht eingefangen werden können. Der gyromagnetische Radius ist hierbei deutlich größer als die Ausdehnung der Milchstraße. Teilchen in diesem Energiebereich können keine großen Entfernungen zurücklegen. Es kann zu

inelastischen Wechselwirkungen mit Photonen des Mikrowellenhintergrunds kommen (vgl. „Greisen, Zatsepin und Kuzmin-Effekt“), welche die mittlere freie Weglänge stark begrenzen. So ergibt sich für ein Teilchen dieser Energie eine mittlere freie Weglänge von 5 Mpc. Dies bedeutet, dass diese Teilchen höchstens aus einer Nachbargalaxie stammen können. Dort sind allerdings ebenfalls keine derart hochenergetischen Quellen bekannt. Dieser Widerspruch soll derzeit mit verschiedenen Experimenten aufgeklärt werden.

Durch magnetische Turbulenzen im Weltraum werden die geladenen Komponenten der kosmischen Strahlung gestreut. Es ergibt sich eine Brownsche Zitterbewegung als Flugbahn für geladene Teilchen. Für niederenergetischere Teilchen (10^{14} eV) ist diese Zitterbewegung stärker, die ursprüngliche Herkunft wird mehr verschleiert und somit ist die kosmische Strahlung in diesem Bereich näherungsweise isotrop. Der Wert der Anisotropie liegt dabei unter 0,5%. Für Energien größer als 10^{18} eV hofft man, aufgrund der höheren Geschwindigkeiten und des damit verbundenen größeren Krümmungsradiuses, Anisotropien zu finden, die Rückschlüsse auf ihre Quellen zulassen. Für die direkten Rückschlüsse auf Quellen sind allerdings die Untersuchungen der kosmischen Photonen und Neutrinos der vielversprechendere Ansatz, da diese nur gering bzw. gar nicht abgelenkt werden [1][2].

2.1.5. Aktuelle Experimente und Erkenntnisse

Grundsätzlich wird zwischen der direkten und indirekten Messung unterschieden, um die kosmische Strahlung zu untersuchen. Die direkte Messung erfolgt durch Ballon-Experimente am Rand der Atmosphäre oder durch Satellitenexperimente. Bei der indirekten Messung wird die kosmische Strahlung durch Teleskope am Boden erforscht.

Erdgestützte Experimente sind eher auf energiereiche seltene Ereignisse ausgelegt. Sie versuchen, die Primärteilchen der kosmischen Strahlung über den Schauer der Sekundärteilchen nachzuweisen. Die kosmischen Schauer werden durch Primärteilchen ausgelöst, welche auf

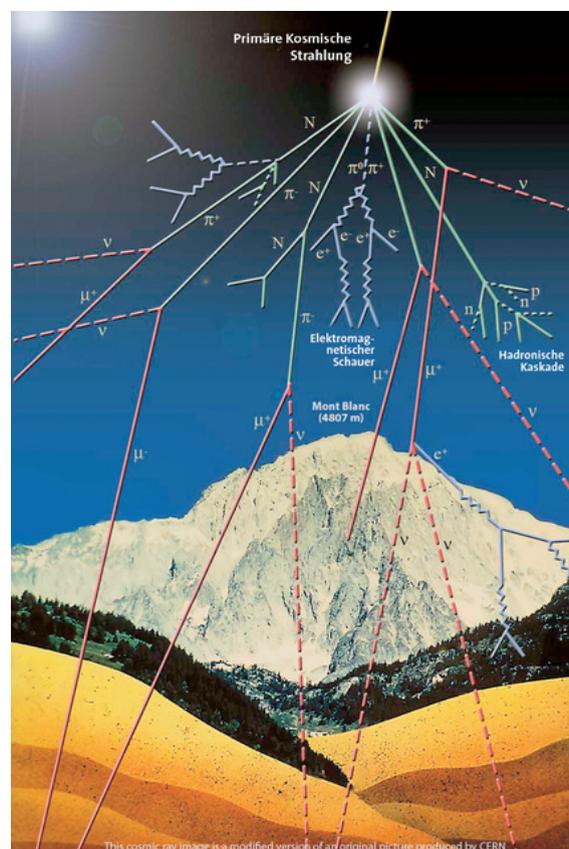


Abbildung 2.3.: Entwicklung eines Luftschauers [2].

die Atmosphäre treffen. Protonen und Atomkerne als Primärteilchen reagieren sehr stark auf das Auftreffen auf die Atmosphäre, wobei sie mit den Atomen der Atmosphäre über die starke Wechselwirkung interagieren. Für Protonen stellt die Atmosphäre circa 12 Wechselwirkungslängen dar, wodurch sie fast undurchdringlich für diese wird. Durch inelastische Stöße in der oberen Atmosphäre werden die ersten Teilchenschauer ausgelöst. Dabei entstehen vor allem Pionen, die wiederum in γ -Paare, Antimyonen und Myon-Neutrinos oder in Myonen und Antimyonenneutrinos zerfallen. Durch Paarbildung der Photonen und Bremsstrahlungen werden weitere elektromagnetische Schauer ausgelöst, wobei Photonen, Elektronen und Positronen ausgelöst werden (vgl. Abb. 2.3).

Für die Messung der Luftschauer werden sehr große Detektorfelder benötigt, um möglichst viele Sekundärteilchen zu vermessen. Der Nachteil beim Nachweis über Luftschauer ist, dass die Auswertung sehr komplex ist, da man den kompletten Schauer mit den gegebenen Messdaten rekonstruieren muss, um Rückschlüsse auf die Primärteilchen zu ziehen. Der wohl größte Nachteil ist allerdings, dass keine Angaben über das Ladungsvorzeichen gemacht werden können, wodurch eine Unterscheidung zwischen Materie und Antimaterie unmöglich ist. Das größte Experiment dieser Art ist das Pierre-Auger-Observatorium in Argentinien. Es ist auf 3000 Quadratkilometern ausgedehnt und umfasst dabei 1600 Oberflächendetektoren.

Der Vorteil von Ballon- und Satellitenexperimenten ist, dass sie direkt die Primärteilchen nachweisen und vermessen können. Allerdings sind Ballon-Experimente in ihrer Messzeit durch die kurze Ballonflugzeit stark eingeschränkt. Des Weiteren sind sie gewichtsmäßig nach oben limitiert und lassen nur relativ kleine Messanlagen zu. Ein Beispiel für ein Ballonexperiment ist das ISOMAXX-Experiment.

Satellitenexperimente sind durch die Transportmöglichkeiten in den Weltraum gewichtsmäßig stark limitiert. Hinzu kommt der hohe Finanzbedarf für diese Transporte, die mit steigendem Transportgewicht deutlich steigen. Der Vorteil gegenüber Ballonexperimenten ist die deutlich längere Messdauer. Im Weltraum unterliegen Satellitenexperimente sehr wenigen störenden Einflüssen und können Primärteilchen genau vermessen. Durch den Einsatz von Magnetspektrometern wird Materie von Antimaterie unterschieden. Der Nachteil bei diesen Experimenten ist, dass sie im energetischen Bereich nach oben beschränkt sind, da energiereiche Ereignisse selten sind. Um energiereiche Ereignisse in ausreichender Zahl zu erfassen, würde eine große Detektorfläche benötigt werden, was im Weltraum derzeit nicht zu realisieren ist. Des Weiteren wären für die Vermessung dieser Ereignisse genauere und größere Detektoren notwendig, welche nur unter kostenintensiven Bedingungen in den Weltraum transportiert werden könnten. Ein Beispiel für ein Satellitenexperiment ist der AMS-02 Detektor (**A**lpha **M**agnetisches **S**pektrometer).

2.2. AMS-02

2.2.1. Historisches

1995 trieb der Nobelpreisträger Samuel Ting die Idee voran, einen präzisen Magnetspektrometer im Weltraum zu installieren, um die kosmische Strahlung genauer zu untersuchen. 1998 wurde der Prototyp AMS-01 auf einen zehntägigen Testflug in den Weltraum gebracht. In dieser Zeit detektierte er über 100 Millionen Ereignisse. Der Testflug zeigte, dass das Prinzip funktioniert. Daraufhin wurde der AMS-02 Detektor für circa 1,5 Milliarden US-Dollar entworfen und gebaut [4]. Dieser wurde 2011 an die Internationale Raumstation als externes Modul angebracht. AMS-02 soll bis 2020 betrieben werden, 56 Institute aus 16 Ländern sind an dem Projekt beteiligt. Bisher wurden über 65 Milliarden Ereignisse detektiert [5] (Stand 31.05.2015).

Der AMS-02 Detektor verfügt über mehrere Subdetektoren, die dazu beitragen, dass Teilchen restlos identifiziert und vermessen werden können.

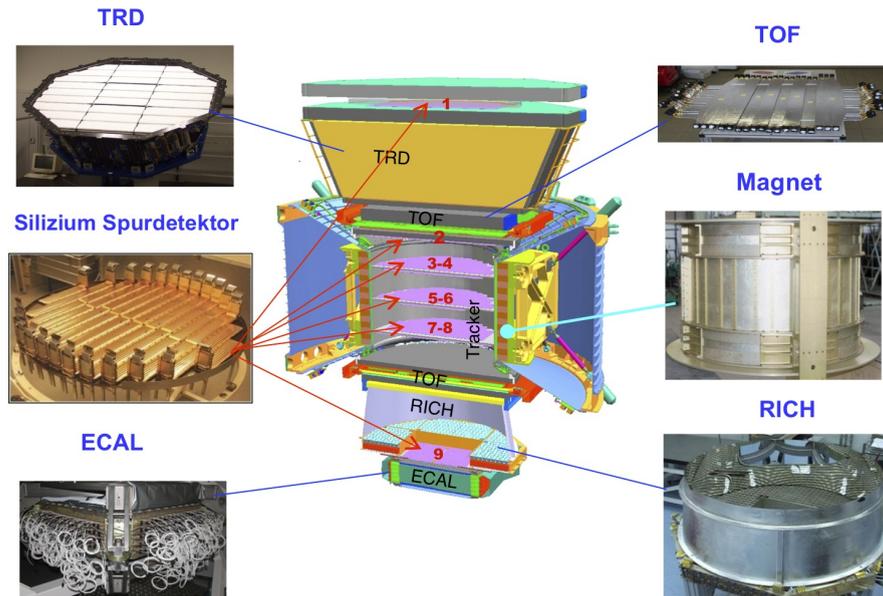


Abbildung 2.4.: Der Aufbau des AMS-02 Detektors [6].

2.2.2. Aufbau

Ein Teilchen, das den Detektor durchquert, passiert sechs verschiedene Subdetektoren. Fliegt das Teilchen von oben nach unten durch den Detektor, passiert es zuerst den Übergangsstrahlungsdetektor und direkt im Anschluss die erste Schicht des Flugzeitdetektors. Anschließend gelangt es in ein Magnetfeld, wo die Bahn des Teilchens durch einen Spurdetektor verfolgt wird. Danach durchquert es die zweite Schicht des Flugzeitdetektors sowie einen ringabbildenden Tscherenkow-Detektor. Zum Abschluss passiert es das elektromagnetische Kalorimeter.

Im Folgenden sollen die genauen Funktionen und die Aufbauten der Detektoren erläutert werden.

Übergangsstrahlungsdetektor

Am oberen Ende von AMS-02 ist der Übergangsstrahlungsdetektor (TRD²) eingebaut, dessen Elektronik am KIT mitentwickelt wurde. Übergangsstrahlung entsteht, wenn ein geladenes Teilchen von einem Medium in ein anderes Medium gelangt und sich die beiden Medien durch die Permittivität unterscheiden. Dieser Übergang kann mit Hilfe einer hypothetischen Spiegelladung beschrieben werden, die zum Originalteilchen entgegengesetzt geladen ist und sich gegensätzlich bewegt (vgl. Abb. 2.5). Beim Übergang des Originalteilchens vom ersten in das zweite Medium gelangt die Spiegelladung in das erste Medium, der Dipol dreht sich um. Dieser sich zeitlich drehende Dipol erzeugt elektromagnetische Strahlung im Röntgenbereich, die gemessen werden kann. Der Vorteil des Übergangstrahlungsdetektors liegt darin, dass er in der Lage ist, extrem energiereiche Teilchen nachzuweisen und zu unterscheiden. Da bei Teilchen, die sich hochrelativistisch bewegen, die kinetische Energie den Großteil der Gesamtenergie ausmacht und die Ruheenergie verschwindend klein ist, können andere Subdetektoren nicht zwischen Protonen und Elektronen unterscheiden. Der Übergangstrahlungsdetektor liefert allerdings mit Hilfe der gemessenen Intensität der emittierten Strahlung Messwerte, mit denen der relativistische Gamma-Faktor ($\gamma = E/mc^2$) ausgerechnet werden kann. Auf Grund des deutlichen Massenunterschiedes zwischen Elektronen und Protonen unterscheidet sich der Gamma-Faktor dieser beiden Teilchen deutlich. Um die Wahrscheinlichkeit, dass Übergangsstrahlung emittiert wird, zu

²engl.: Transition Radiation Detector

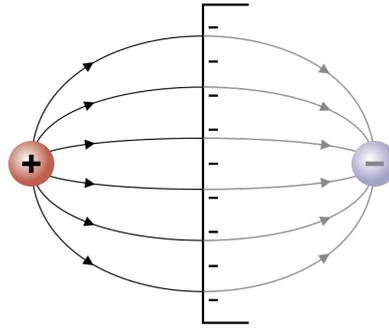


Abbildung 2.5.: Modell der Spiegelung, links befindet sich das Originalteilchen, rechts die Spiegelung [7].

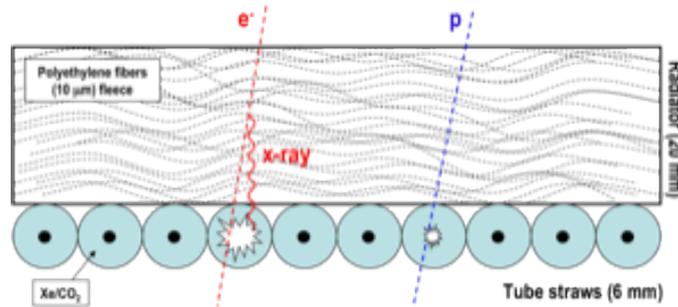


Abbildung 2.6.: Schematischer Aufbau des Übergangstrahlungsdetektors [8].

erhöhen, werden viele Übergänge erzwungen. Im AMS-02 Detektor findet ein Übergang zwischen dünnen Fliesschichten und Vakuum statt, wobei mehrere tausend Übergänge in einem Modul möglich sind (vgl. Abb. 2.6). Die erzeugte Strahlung wird mit Hilfe eines Xe:CO₂-Gasgemisches in Proportionaldrahtkammerröhrchen gemessen [8].

Flugzeitdetektor

Ober- und unterhalb des Magneten ist der Flugzeitmesser (ToF³) eingebaut. Dieser erfasst die Durchflugszeit eines Teilchens durch AMS und kann dabei bis 98% der Vakuumlichtgeschwindigkeit messen.

Um durchfliegende Teilchen möglichst schnell zu detektieren, besteht der Flugzeitdetektor aus zwei Szintillatorplatten (vgl. Abb. 2.7), die ober- und unterhalb des Magneten montiert sind. Fliegen Teilchen durch die Platten, werden Moleküle angeregt, fallen aber schnell wieder in ihren Grundzustand zurück ($\tau \sim 10^{-8}$ s). Die dabei emittierten Photonen werden von Photomultipliern aufgefangen und in ein elektrisches Signal umgewandelt. Über die Durchflugszeit sind Rückschlüsse auf die kinetische Energie der Teilchen möglich. Ebenfalls über den Flugzeitmesser erfolgt die Bestimmung der Durchflugsrichtung, welche eine wichtige Information bei der Messung des Ladungsvorzeichens spielt. Die Hauptaufgabe des Detektors ist allerdings die Triggerung für die weiteren Subdetektoren [9].

Permanentmagnet und Spurdetektoren

Ein Alleinstellungsmerkmal und Mitnamensgeber des AMS-02 Detektors ist der Permanentmagnet. Im Inneren herrscht ein starkes Magnetfeld, durch das durchfliegende Teilchen entsprechend der Lorentz-Regel

$$\vec{F}_L = q (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (2.2)$$

³engl.: Time of Flight



Abbildung 2.7.: Die zwei Platten des Flugzeitdetektors [9].

abgelenkt werden. Das Ladungsvorzeichen bestimmt, in welche Richtung die Teilchen abgelenkt werden, der Betrag der Ladung bestimmt die Stärke der Ablenkung. Wird die Lorentz-Kraft mit der Zentripetalkraft gleichgesetzt, kann bei konstanter Geschwindigkeit und konstantem Magnetfeld die Rigidität R bestimmt werden. Mit

$$q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{p \cdot v}{r} \quad (2.3)$$

gilt

$$R = r \cdot B = \frac{p}{q} \quad (2.4)$$

$$= \frac{p}{Z \cdot e} . \quad (2.5)$$

Die Rigidität beschreibt das Verhältnis zwischen Impuls und Ladung. Wird die Ladung durch andere Detektoren erkannt, kann der Impuls bestimmt werden. Die Rigidität wird für steigenden Impuls größer, die Teilchen werden weniger abgelenkt. Eine Hauptaufgabe des Magneten ist es, den Impuls (insbesondere bei Hadronen) zu bestimmen. Die wichtigste Aufgabe ist allerdings die Unterscheidung zwischen Teilchen und Antiteilchen. Da Teilchen und Antiteilchen sich durch das Ladungsvorzeichen unterscheiden, werden sie in entgegengesetzte Richtung abgelenkt. Hierfür wird ebenso wie für die Bestimmung der Rigidität eine ausreichend genaue Spur der Teilchen im Magnetfeld benötigt. Dies geschieht über einen Silizium-Spurdetektor, welcher aus einzelnen Siliziumdetektoren besteht.

Im AMS-02 sind neun Siliziumdetektoren verbaut: Einer oberhalb dem TRD, sieben innerhalb des Magnetfeldes und der Letzte über dem elektromagnetischen Kalorimeter. Fliegt ein geladenes Teilchen durch einen Siliziumdetektor, werden in diesem Elektronen-Loch-Paare erzeugt. Ein anliegendes Potential verhindert die Rekombination der Elektronen-Loch-Paare. Der hierbei entstehende Stromfluss wird gemessen. Die Ortsauflösung des Silizium-Spurdetektors beträgt $10 \mu\text{m}$.

Da der Magnet in Verbindung mit dem Spurdetektor als einziges Messinstrument das Ladungsvorzeichen bestimmen kann, ist er ein sehr wichtiger Detektor für AMS-02. Der Magnet hat als Permanentmagnet eine lange Lebensdauer und war bereits an Bord des Vorgängerdetektors AMS-01 verbaut [11][10].

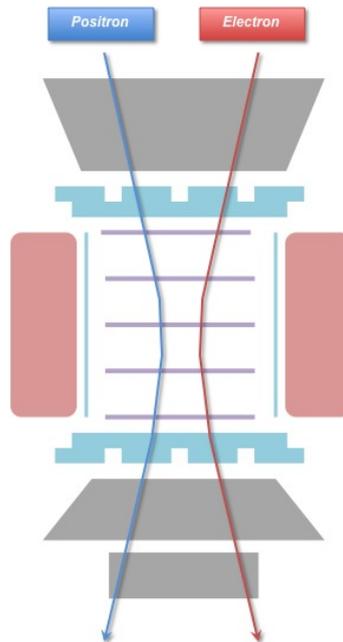


Abbildung 2.8.: Schematische Darstellung der Flugbahn eines Elektrons und eines Positrons. Innerhalb des Magneten sind die einzelnen Siliziumdetektoren des Spurdetektors eingezeichnet [10].

Ringabbildender Tscherenkowdetektor

Über dem elektromagnetischen Kalorimeter ist der Ringabbildende Tscherenkow-Detektor (RICH⁴) eingebaut. Tscherenkow-Strahlung entsteht, wenn sich geladene Teilchen in einem Medium schneller als die Phasengeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen in diesem bewegen. Beim Durchqueren dieses Mediums werden die Atome entlang der Durchflugsrichtung polarisiert, wodurch Strahlung erzeugt wird. Ist das polarisierende Teilchen langsamer als die Phasengeschwindigkeit, interferiert die Strahlung benachbarter Atome negativ. Ist das polarisierende Teilchen schneller, kommt es zu einer konstruktiven Interferenz. Es bildet sich eine gemeinsame Wellenfront aus, der sogenannte Tscherenkow-Kegel entsteht (vgl. Abb. 2.9). Aus dem Öffnungswinkel des Tscherenkow-Kegels können Rück-

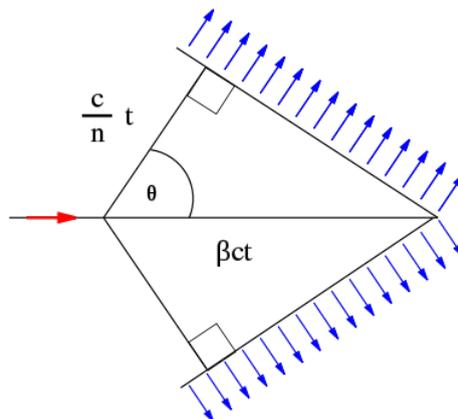


Abbildung 2.9.: Schematische Zeichnung eines Tscherenkow-Kegels: von rechts fällt das polarisierende Teilchen ein (rot), es entsteht Tscherenkow-Strahlung (blau)[12].

⁴engl.: Ring Imaging Cherenkov detector

schlüsse, auf die Geschwindigkeit des polarisierenden Teilchens gezogen werden. Es gilt die Beziehung

$$\cos(\Theta) = \frac{1}{n\beta}, \quad (2.6)$$

wobei β das Verhältnis von Geschwindigkeit des Teilchens zur Vakuumlichtgeschwindigkeit, Θ den Öffnungswinkel des Kegels und n den Brechungsindex beschreibt.

Der RICH besteht aus einer Strahlungsschicht, einem umschließenden Spiegel sowie einer Photomultiplierschicht, um die entstehenden Photonen nachzuweisen (vgl. Abb. 2.10). Die

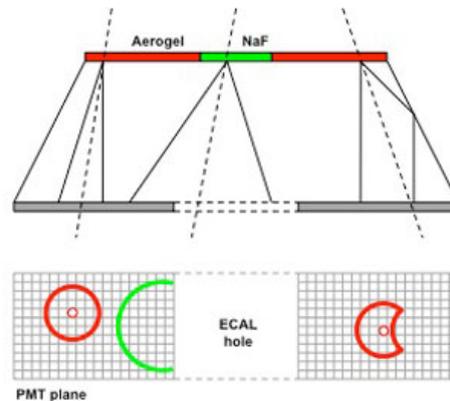


Abbildung 2.10.: Aufbau des Ringabbildenden Tscherenkow-Detektors mit Signatur des Tscherenkow-Kegels in der Photomultiplierschicht [13].

Seitenwände sind verspiegelt, damit die komplette entstehende Strahlung nach unten in die Photomultiplier einfällt und vermessen werden kann. Da sich unter dem RICH das elektromagnetische Kalorimeter befindet, ist ein Loch in der Photomultiplierschicht, um die Materialeinflüsse des RICHs auf das elektromagnetische Kalorimeter zu minimieren. Dieses Loch wird durch unterschiedliche Materialien in der Strahlungsschicht ausgeglichen. In der Mitte befindet sich Natriumfluorid mit einem hohen Brechungsindex, wodurch der Tscherenkowkegel einen größeren Öffnungswinkel erhält. Durch diesen Aufbau fällt immer ein Teil der Strahlung auf die Photomultiplier, wodurch der Rest des Kegels rekonstruiert werden kann. Außen muss der Brechungsindex in der Strahlungsschicht kleiner werden, damit im Optimalfall der Öffnungswinkel des Kegels so klein bleibt, dass er komplett in die Photomultiplier fällt [13].

Elektromagnetischer Kalorimeter (ECAL)

Am unteren Ende von AMS-02 ist das elektromagnetische Kalorimeter eingebaut. Dieses besteht aus mehreren Bleilagen, die mit Szintillatorfasern durchzogen sind. Fliegen geladene Teilchen oder Photonen durch die Bleischichten, schauern sie, das heißt sie erzeugen eine regelrechte Lawine an weiteren geladenen Teilchen. Grundsätzlich wird hierbei zwischen dem elektromagnetischen und dem hadronischen Schauer unterschieden.

Elektromagnetische Schauer werden durch geladene Leptonen oder Photonen ausgelöst. Die geladenen Leptonen oder Photonen werden im Blei abgebremst und emittieren dabei Bremsstrahlung. Die entstehende Bremsstrahlung ist so energiereich, dass sie eine Elektron-Positron-Paarbildung hervorrufen kann. Die so erzeugten Teilchen emittieren wiederum eine Bremsstrahlung, aus der die genannte Lawine an Teilchen entsteht. Die sekundär erzeugten Teilchen und die emittierte Strahlung werden in den Szintillatorfasern gemessen. Leptonen und Photonen deponieren fast ihre gesamte Energie in die Schauer.

Hadronische Schauer entstehen durch Kernwechselwirkungen und werden durch Hadronen

oder ganze Atomkerne ausgelöst. Durch die Kernwechselwirkungen werden viele Sekundärteilchen, hauptsächlich Mesonen, produziert. Als Folge des Zerfalls dieser Mesonen entstehen energiereiche Photonen, die eine Paarbildung hervorrufen können. Es bleibt allerdings bleibt immer eine hadronische Komponente erhalten. Hadronische Schauer kommen, relativ gesehen, seltener vor. Dies liegt an der Bauweise des elektromagnetischen Kalorimeters. Das Kalorimeter ist so gebaut, dass Leptonen und Photonen circa 17 mittlere freie Weglängen in dem Kalorimeter vor sich haben. Nach einer mittleren freien Weglänge haben im Durchschnitt 63% der einfallenden Photonen und Leptonen mit den Bleilagen reagiert und einen elektromagnetischen Schauer ausgelöst. Die mittlere freie Weglänge für Hadronen ist allerdings deutlich länger, weswegen nicht so viele Hadronen wie Leptonen mit dem elektromagnetischen Kalorimeter wechselwirken.

Mit Hilfe des elektromagnetischen Kalorimeter kann ebenso wie beim Übergangsstrahlungsdetektor zwischen Hadronen und Leptonen unterschieden werden. Durch das ECAL kann zusätzlich Gamma-Strahlung auf ihre Energie untersucht werden [14].

Der Antikoinzidenzzähler

Die kosmische Strahlung erreicht AMS-02 näherungsweise isotrop aus jeder Richtung und mit einer hohen Teilchenrate. Der AMS-02 Detektor hat seine maximale Analysefähigkeit, wenn Teilchen von oben nach unten den Detektor durchqueren. Um zu verhindern, dass die Messungen dabei durch seitlich eintretende Teilchen verfälscht werden, gibt es den Antikoinzidenzzähler (ACC⁵). Dieser umschließt den Magneten, registriert von der Seite einfallende Teilchen und sendet ein Veto-Signal, das die Messung stoppt [15].

Zusammenfassende Detektorarbeiten und Teilchensignaturen

Um die einfallenden Teilchen genau zu vermessen und mit Bestimmtheit identifizieren zu können, sind die erläuterten Subdetektoren in den AMS-02-Detektor eingebaut. Zusammenfassend liefern die einzelnen Subdetektoren folgende Informationen:

- **TRD:** Leptonen-Hadronen-Unterscheidung, Ladung q , Lorentzfaktor γ
- **ToF:** Energie E , Ladung q , Geschwindigkeit v , Triggersignal
- **RICH:** Ladung q , Geschwindigkeit v
- **ECAL:** Leptonen-Hadronen-Unterscheidung, Energie E für Leptonen/Photonen
- **Spurdetektor:** Rigidity R , Ladung q , Impuls p , Ladungsvorzeichen

In Abbildung 2.11 sind Modellsignaturen für verschiedene Bestandteile der kosmischen Strahlung bei einer Energie von 300 GeV in den einzelnen Subdetektoren dargestellt. Positronen unterscheiden sich beispielsweise vor allem durch die Signatur im Übergangsstrahlungsdetektor von den Protonen. Ein deutlicher Unterschied ist ebenfalls im elektromagnetischen Kalorimeter festzustellen. Es ergibt sich in der Summe der Signaturen der einzelnen Subdetektoren ein unverwechselbares Bild für jede Teilchensorte.

2.3. Positronenüberschuss und mögliche Quellen

Bei der Betrachtung des Positronenanteils in der kosmischen Strahlung wurde etwas Ungewöhnliches festgestellt. Der gemessene Positronenanteil ist deutlich größer als die Erwartung für Energien über 10 GeV (vgl. Abb. 2.12). Dieser gemessene Überschuss wurde bei drei voneinander unabhängigen Satellitenexperimenten gemessen. Während die älteren Experimente PAMELA und Fermi wenige Messwerte in diesem Bereich mit vergleichsweise

⁵engl.: Anti-Coincidence Counter

0.3 TeV	e^-	e^+	P	$\overline{\text{He}}$	γ
TRD					
TOF					
Tracker					
RICH					
Calorimeter					

Abbildung 2.11.: Spuren verschiedener Teilchen im AMS-02 bei einer Energie von 300 GeV [4].

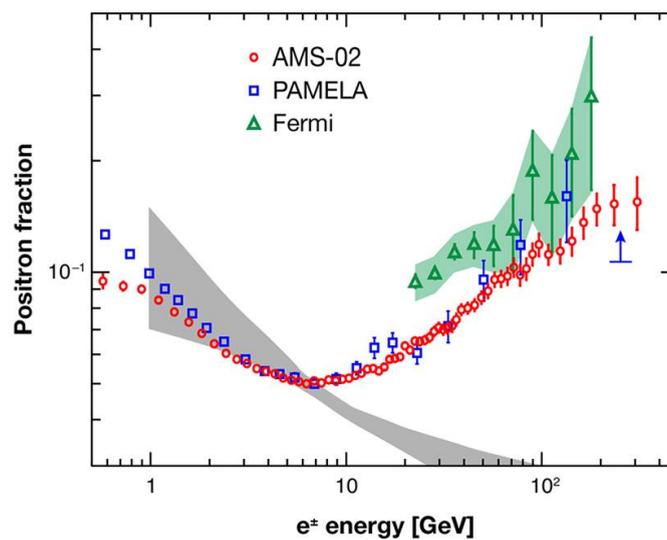


Abbildung 2.12.: Positronenanteil in der kosmischen Strahlung, verschiedene Experimente im Vergleich mit dem Modell (graues Band) [16].

großem Fehlerbereich aufgenommen haben, konnte AMS-02 diesen Überschuss mit deutlich kleineren Messfehlern bestätigen. Bei der getrennten Analyse der einzelnen Elektron- und Positron-Kanäle stellte sich heraus, dass es sich tatsächlich um einen Überschuss an Positronen und nicht um fehlende Elektronen handelt. Diese Tatsache deutet auf eine bisher nicht beachtete Positronenquelle hin.

Im Standardszenario entstehen kosmischen Positronen durch Wechselwirkungsprozesse zwischen kosmischen Protonen mit interstellarem Gas. Werden sie als Primärteilchen erzeugt, wie zum Beispiel in Supernovexplosionen, verschwindet ein Großteil sehr schnell wieder durch Paarvernichtung mit Elektronen. Daher wird ein sinkender Positronenanteil zu höheren Energien hin erwartet.

Eine mögliche Quelle für viele hochenergetische Positronen stellen Pulsare dar. Pulsare sind Neutronensterne, die schnell um ihre eigene Achse rotieren. Die Rotation induziert ein magnetisches Feld, wodurch dem Pulsar Elektronen entzogen werden können und der Pulsar daher ständig an Masse verliert. Die entzogenen Elektronen werden im magnetischen Feld beschleunigt und emittieren Synchrotronstrahlung. Die dabei entstehenden hochenergetischen Photonen können Positron-Elektron-Paare durch Paarbildung erzeugen. Da dieser Prozess beliebig reproduziert werden kann, wird eine sehr hohe Zahl an energiereichen Positronen frei. Auf Grund der Entfernung zur Erde kann ein möglicher

Pulsar als Punktquelle approximiert werden. Als Punktquelle würde durch einen Pulsar in der kosmischen Strahlung eine Anisotropie in dem Positronenspektrum eingestreut werden.

Eine mögliche weitere Quelle für energiereiche Positronen stellt die Dunkle Materie dar.

2.4. Dunkle Materie

Der schweizer Physiker Fritz Zwicky postulierte Ende der dreißiger Jahre des zwanzigsten Jahrhunderts als erster Wissenschaftler die Dunkle Materie. Er argumentierte, dass Galaxienhaufen ohne eine unsichtbare Materie nicht stabil wären. Wurde diese Theorie in den ersten Jahren heftigst kritisiert, findet sie mittlerweile große Zustimmung bei Wissenschaftlern aus aller Welt [1].

2.4.1. Evidenzen

Die Theorie der Dunklen Materie wird hauptsächlich durch drei Beobachtungen gestützt:

- Geschwindigkeitsverteilung von Sternen in Spiralgalaxien
- Kinematik von Galaxienhaufen
- Strukturbildung im Universum

Diese drei Analysen sollen im folgenden genauer erläutert werden [2].

Geschwindigkeitsverteilung von Sternen in Spiralgalaxien

Werden für Spiralgalaxien stabile Umlaufbahnen der Sterne angenommen, müssen Zentrifugal- und Gravitationskraft gleich groß sein:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{GmM(r)}{r^2} \quad (2.7)$$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M(r)}{r}}. \quad (2.8)$$

m beschreibt hierbei die Masse des Sterns, $M(r)$ ist die Masse, die innerhalb der Umlaufbahn des Sterns liegt. Werden Sterne am Rand von Spiralgalaxien betrachtet, gilt $M(r) \approx \text{const}$, die Geschwindigkeit müsste mit

$$v \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \quad (2.9)$$

abfallen. Bei der Messung der tatsächlichen Geschwindigkeiten für Sterne in benachbarten Galaxien stellt sich allerdings heraus, dass die Geschwindigkeiten für große Radien konstant bleiben. Eine mögliche Erklärung wäre ein Halo aus Materie mit einem Dichteprofil von $1/r^2$ und mehr als $2/3$ der Gesamtmasse der Galaxie. Das Dichteprofil stammt aus Formel 2.8. Um eine konstante Geschwindigkeit zu erhalten, müsste die Masse $M(r)$ proportional zum Radius r sein. Über die Beziehung

$$\rho = \frac{M}{V} \sim \frac{r}{r^3} \sim \frac{1}{r^2} \quad (2.10)$$

folgt, dass der Halo eine Dichte proportional zu $1/r^2$ haben muss. Mit einer einfachen Rechnung kann ebenfalls die lokale Dichte der Dunklen Materie in unserem Sonnensystem ausgerechnet werden. Als Geschwindigkeit wird die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne um das Zentrum der Milchstraße eingesetzt. Diese beträgt in etwa 220 km/s. Die Masse

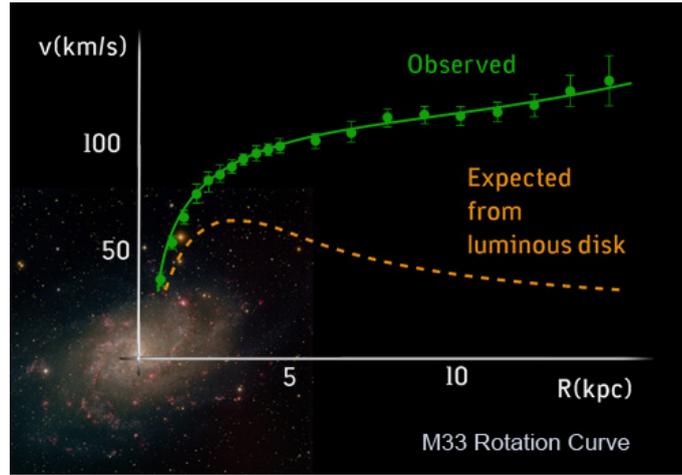


Abbildung 2.13.: Rotationsgeschwindigkeiten im Dreiecksnebel in Abhängigkeit vom Radius [17].

innerhalb des Radius ist die Masse, die für die Kreisbahn verantwortlich ist, also $M(r)$. Diese wird mit der lokalen Dichte ρ_{lokal} beschrieben. Mit

$$\frac{mv_{\text{rot}}^2}{r} = \frac{GmM(r)}{r^2} \quad (2.11)$$

und

$$M(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{lokal}} \quad (2.12)$$

folgt

$$\rho_{\text{lokal}} = \frac{3v_{\text{rot}}^2}{4\pi r^2 G} . \quad (2.13)$$

Wird, unter der Voraussetzung, dass der Dunkle-Materie-Halo ein Profil von $1/r^2$ haben müsste, die sichtbare Materie abgezogen, beträgt die lokale Dichte der Dunklen Materie in etwa

$$\rho_{DM,\text{lokal}} \sim 0.3 \text{ GeV/cm}^3 \quad [18]. \quad (2.14)$$

Das Ergebnis stellt eine wichtige Größe für die direkte Suche nach Dunkler Materie dar. Allgemein wird geschätzt, dass die mittlere Dichte der Dunklen Materie im Weltraum 1 GeV/m^3 beträgt [18].

Kinematik von Galaxienhaufen

Auf Galaxienhaufen kann der Virialsatz angewendet werden. Dieser besagt unter der Voraussetzung, dass sich Galaxien in einem mechanischen Gleichgewicht und in einem abgeschlossenen System befinden, dass die kinetische und die potentielle Energie miteinander verknüpft sind:

$$E_{\text{kin}} = -\frac{1}{2}E_{\text{pot}} . \quad (2.15)$$

Wird ein Galaxienhaufen mit N Galaxien mit mittlerer Masse \bar{m} , mittlerer Geschwindigkeiten \bar{v} sowie mittleren Abständen \bar{r} zwischen den Galaxien betrachtet, lässt sich die Energie folgendermaßen ausdrücken:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}N\bar{m}\bar{v}^2 \quad (2.16)$$

$$E_{\text{pot}} \approx -\frac{1}{2}N^2\frac{G\bar{m}^2}{\bar{r}} . \quad (2.17)$$

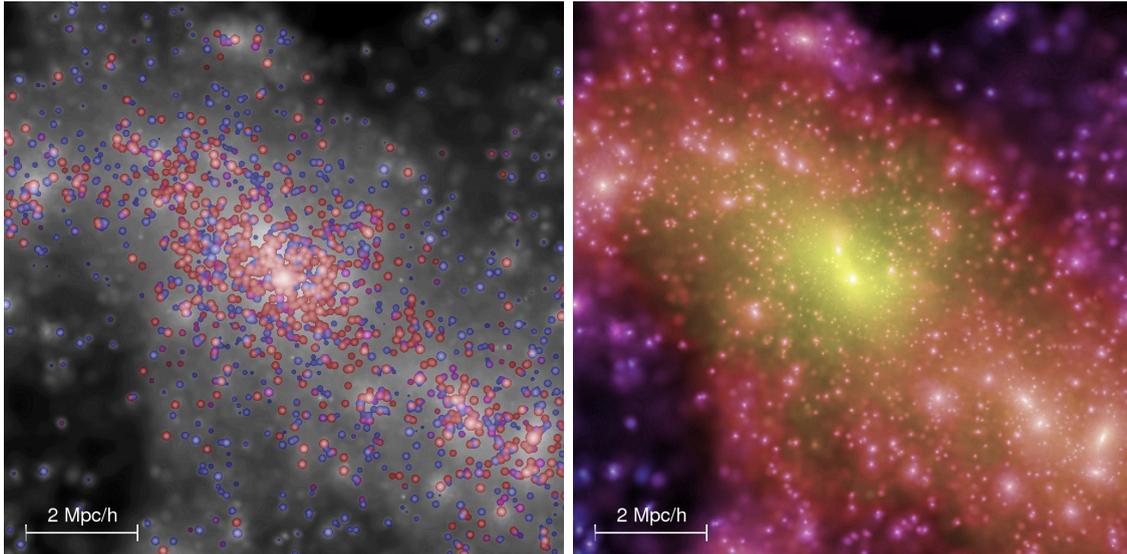


Abbildung 2.14.: In der linken Abbildung ist die Galaxienverteilung innerhalb der Millennium Simulation zu sehen, in der rechten Abbildung die zu dieser Galaxienverteilung korrespondierende Verteilung der Dunklen Materie [21].

Bei der Zusammenführung dieser beiden Energien mit dem Virialsatz ergibt sich der folgende Zusammenhang zur Gesamtmasse $M = N\bar{m}$:

$$M \approx \frac{2\bar{r} \cdot \bar{v}^2}{G} . \quad (2.18)$$

Damit besteht ein theoretischer Bezugswert, der mit der sichtbaren Masse verglichen werden kann.

Strukturbildung im Universum

Mithilfe der Satellitenexperimente WMAP⁶ und Planck können durch Vermessung der kosmischen Hintergrundstrahlung Rückschlüsse auf die Materieverteilung im Weltraum gezogen werden. Die Ergebnisse zeigen, dass das Universum zu 31,7% aus Materie besteht. Der Materieanteil wird demnach zu 85% durch Dunkle Materie und lediglich zu 15% aus baryonischer Materie⁷ gebildet [18].

Mithilfe von Computersimulationen wird versucht, diese Zahlen zu überprüfen. Eine bekannte Simulation ist die Millennium Simulation des Virgo-Konsortiums aus dem Jahr 2005. Dabei wurde die zeitliche Entwicklung in einem würfelförmigen Ausschnitt des Universums mit einer Kantenlänge von zwei Milliarden Lichtjahren simuliert. In diesem Ausschnitt wurden 10 Milliarden virtuelle Teilchen mit einer Gesamtmasse von 10 Trillionen Sonnenmassen eingebracht. Die Wechselwirkung der Teilchen wurde durch die gegenseitige Gravitation mit einer zeitlichen Schrittweite von einer Million Jahre berechnet. Die Zeitspanne der Simulation startete 370.000 Jahre nach dem Urknall und endete beim Zustand des heutigen Universums. Das simulierte Universum kann mit Beobachtungen des heutigen Universums verglichen werden. Dabei können Rückschlüsse auf die Massenverteilung und Massendichte im Universum getroffen werden. In der Simulation war eine Strukturbildung, die mit der des heutigen Universums vergleichbar ist, nur dann möglich, wenn eine Dunkle Materie zu großen Teilen den Gesamtmaterieanteil dominierte [19][20]. In Abbildung 2.14 ist der Zusammenhang zwischen der Verteilung der sichtbaren Masse und der Dunklen

⁶Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

⁷Baryonische Materie: sichtbare Materie

Materie innerhalb der Simulation zu sehen.

Schlussfolgernd liefert die Millennium Simulation einen weiteren Hinweis auf die Existenz der Dunklen Materie.

2.4.2. Kandidaten

Es gibt verschiedene Theorien, die die in Kapitel 2.4.1 aufgeworfenen Probleme beantworten sollen.

Eine Theorie, die komplett ohne eine zusätzliche Dunkle Materie auskommt, ist die Modifikation der Gravitationstheorie. Dabei wird das Newtonsche Gravitationsgesetz für die Bewegung astronomischer Körper erweitert. Dies hätte allerdings weitreichende Folgen. Momentan wird diskutiert, ob diese Gravitationstheorie den experimentellen Befunden der Sternentstehung widerspricht, weshalb diese Theorie sehr umstritten ist.

Der Großteil der Wissenschaftler unterstützt die Theorie der Dunklen Materie. Grundsätzlich wird zwischen heißer Dunkler Materie, die relativistisch ausgefroren ist, und langsamer, schwerer kalter Dunkler Materie unterschieden. Würde die Dunkle Materie zum größten Teil aus heißer Dunkler Materie bestehen, hätte dies ein 'Bottom-Up-Szenario' zur Folge. Es müssten sich zuerst Galaxienhaufen, dann Galaxien und abschließend Sterne gebildet haben. Messungen zeigen allerdings, dass Galaxien relativ alt sind und Galaxienhaufen sich teilweise erst in der Entstehung befinden. Somit gilt das 'Bottom-Up-Szenario' als unwahrscheinlich, was wiederum zur Folge hat, dass der Großteil der Dunklen Materie von der kalten Dunklen Materie gebildet werden muss. Teilchen der Dunklen Materie müssen stabil sein, da sie laut dem Λ -CDM-Modell seit dem Urknall existieren müssten. Sie dürfen nur schwach wechselwirkend sein, da sie sonst bereits bei Nachweisversuchen an Beschleunigern hätten entdeckt werden müssen. Von den Teilchen aus dem Standardmodell erfüllt nur eine Teilchensorte, die Neutrinos, die Kriterien der Dunklen Materie, ansonsten kommen nur theoretisch postulierte Teilchen in Frage.

Neutrinos

Auf Grund der Neutrinooszillation müssen Neutrinos eine noch unbekannt Masse besitzen. Da Neutrinos sich relativistisch fortbewegen sowie schwach wechselwirkend sind, wird angenommen, dass sie zur heißen Dunklen Materie beitragen.

Axione

Axione sind Teilchen, die noch nicht nachgewiesen und nicht im Standardmodell vorhanden sind. Sie wurden ursprünglich postuliert, um die Abwesenheit der CP-Verletzung in der schwachen Wechselwirkung zu erklären. Das Axion wurde als neutrales Pseudoskalar postuliert und ist dem neutralen Pion bis auf die deutlich geringere Masse (in der Größenordnung von μeV) sehr ähnlich. Wie das neutrale Pion zerfällt das Axion auch in zwei Photonen. Es gibt Modelle, wonach die Axionen zusammen mit Pionen im frühen Universum in Reaktionen erzeugt und vernichtet wurden, weshalb sie thermalisiert sind. Dadurch sind sie laut diesen Modellen der warmen Dunklen Materie zuzuordnen.

Auf der anderen Seite gibt es Modelle, bei denen die Axione durch Entkopplung und Symmetriebrechung gebremst werden, wodurch sie trotz ihrer geringen Masse einen Beitrag zur kalten Dunklen Materie liefern würden. Axione könnten in Sternen in ähnlicher Rate wie Neutrinos produziert werden. Gegen Axione als Bestandteil der kalten Dunklen Materie spricht, dass sie instabil sind, weil sie in zwei Photonen zerfallen. Aus diesem Grund müsste es ein Gleichgewicht zwischen der Erzeugung und dem Zerfall dieser Teilchen geben, um die Dichte der Dunklen Materie und die Bahn der Sonnensysteme konstant halten.

WIMPs

Da das Standardmodell keine möglichen Teilchen für kalte Dunkle Materie parat hat, werden Teilchen außerhalb diesem gesucht. Eine Möglichkeit stellen die schwach wechselwirkenden Teilchen WIMPs⁸ dar. Sie resultieren aus einer theoretischen Erweiterung des Standardmodells, der Supersymmetrie. In dieser wird von einer Beziehung zwischen Fermionen und Bosonen ausgegangen. Dabei wird jedem Fermion ein supersymmetrisches Boson und jedem Boson ein supersymmetrisches Fermion zugeordnet (vgl. Abb. 2.15). Durch die Tatsache, dass Supersymmetrie bisher noch nicht an Teilchenbeschleunigern beobachtet wurde, wird davon ausgegangen, dass die Supersymmetrie gebrochen ist. In Folge dessen sind die Superpartner deutlich schwerer als die bekannten Teilchen und liegen außerhalb der derzeitigen Leistungsfähigkeit der Beschleuniger.

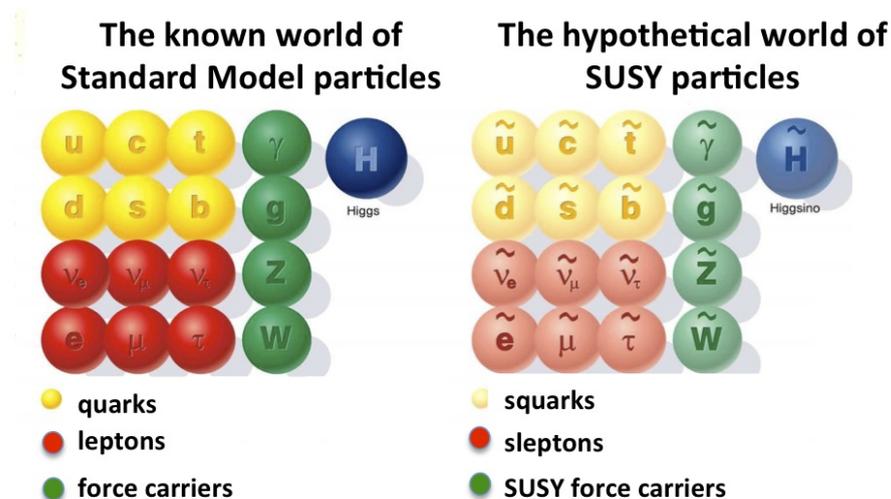


Abbildung 2.15.: Das Standardmodell und die entsprechenden supersymmetrischen Partner [22].

Teilchen und ihre Superpartner unterscheiden sich lediglich durch ihre Masse und ihren Spin ($\Delta S = 1/2$). Für die Unterscheidung zwischen Standardmodell und Supersymmetrie wurde eine neue Quantenzahl eingeführt, die R-Parität. In den meisten supersymmetrischen Theorien ist die R-Parität eine Erhaltungsgröße. Aus diesem Grund muss das leichteste supersymmetrische Teilchen LSP⁹ stabil sein, da es sonst nur unter Verletzung der R-Parität zerfallen könnte. Dieses Teilchen stellt einen idealen Kandidaten für kalte Dunkle Materie dar. Als Kandidat für das LSP wird das supersymmetrische Neutralino (χ) gehandelt [1][23].

Neutralinos sind, laut Theorie, thermische Relikte des Urknalls. Bei ausreichender Temperatur haben die Neutralinos sich in einem Zustand zwischen Erzeugung und Vernichtung befunden. Anschließend kam es zur Entkopplung dieser Teilchen [18].

Diese Arbeit wird sich im Folgenden auf die Nachweismöglichkeiten des Neutralinos als Kandidat der Dunklen Materie konzentrieren.

2.4.3. Nachweismethoden

Es gibt drei verschiedene Ansätze um Neutralinos nachzuweisen, die derzeit parallel durchgeführt werden. In Abbildung 2.16 werden die verschiedenen Ansätze durch unterschied-

⁸engl.: Weakly Interacting Massive Particles

⁹engl.: Lightest Supersymmetric Particle

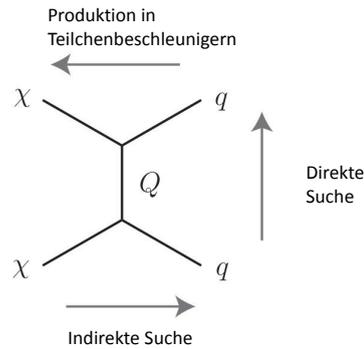


Abbildung 2.16.: Feynman-Diagramm für die drei verschiedenen Nachweismethoden von WIMPs, der Pfeil beschreibt die jeweils angelegte Zeitachse.

liche Zeitachsen verdeutlicht. Wird die Annihilation zweier Neutralinos in Teilchen des Standardmodells betrachtet, wird von der indirekten Suche gesprochen. Die direkte Suche beobachtet die Wechselwirkung zwischen einem Neutralino und Teilchen im Detektor. Die teilchenbeschleunigergestützte Methode versucht, WIMPs in Teilchenbeschleunigern zu erzeugen. Es wäre ein großer Erfolg, wenn die drei Methoden unabhängig voneinander Dunkle Materie nachweisen könnten. Dies ist allerdings sehr unwahrscheinlich, da die unterschiedlichen Methoden auf unterschiedliche Massen und Wirkungsquerschnitte der WIMPs sensitiv sind.

Produktion in Teilchenbeschleunigern

Durch die Kollision von relativistischen Proton-Proton- oder Elektron-Positron-Paaren versucht man WIMPs, insbesondere das Neutralino als LSP, zu erzeugen. Dies motiviert zum Bau von energiereichen Beschleunigern wie beispielsweise des Large Hadron Colliders oder des in der Planungsphase befindlichen International Linear Colliders. Die Produktion von WIMPs würde sich durch die hohe fehlende Energie bemerkbar machen, da die WIMPs nicht im Detektor wechselwirken sondern ungestört hindurchfliegen. Da das Neutralino als leichtestes supersymmetrisches Teilchen stabil sein müsste, würde mindestens immer die Ruheenergie des Neutralinos fehlen, auch wenn vorher andere supersymmetrische Teilchen erzeugt worden wären. Schwere supersymmetrische Teilchen würden innerhalb kurzer Zeit in das Neutralino unter Abstrahlung von Energie zerfallen [1].

Direkte Suche

Die Methode der direkten Suche beruht auf der Annahme, dass WIMPs mit Atomkernen einen elastischen Stoß ausführen können. Dadurch, dass die Dunkle Materie im ganzen Universum existent ist, bewegt sich die Erde ständig durch ein Feld von Neutralinos. Wird davon ausgegangen, dass sich die Neutralinos durch das Entkoppeln nach dem Urknall mit thermischer Geschwindigkeit bewegen, ist diese Geschwindigkeit klein gegenüber der Erde relativ zum Zentrum der Milchstraße gesehen. In guter Näherung kann als mittlere Rotationsgeschwindigkeit der Erde die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne angenommen werden. Daher ist die mittlere Rückstoßgeschwindigkeit die Rotationsgeschwindigkeit der Sonne (ca. 220 km/s) [2]. Dies würde eine Rückstoßenergie für WIMP-Teilchen mit einer Masse von 10 - 100 GeV in der Größenordnung von lediglich 10 keV bedeuten [1].

Diese Rückstoßenergien versucht man durch Ionisation und Szintillation der Kerne im Stoßmaterial zu messen. Aufgrund der örtlichen Dichte der Dunklen Materie wird geschätzt, dass pro Tag und pro Kilogramm Stoßmaterial in etwa ein Ereignis stattfindet

[1]. Das Problem bei Experimenten der direkten Suche ist die Reduzierung des Untergrundes, da die kosmische Strahlung ähnliche Signale im Detektor erzeugen kann. Aus diesem Grund finden die Experimente stets gut abgeschirmt tief unter der Erde statt. Allerdings ist es unmöglich, die Untergrundstrahlung vollkommen auszuschließen, da beispielsweise die niederenergetischen Sonnenneutrinos nicht abzuschirmen sind [18]. Das Edelweiss Experiment, an dem das KIT beteiligt ist, ist ein Beispiel für die direkte Suche nach kalter Dunkler Materie.

Indirekte Suche

Die indirekte Suche macht sich die Eigenschaft zu Nutze, dass Neutralinos laut Theorie Majorana-Fermionen, also ihre eigenen Antiteilchen, sind [24]. Treffen zwei Neutralino aufeinander, kommt es zur einer Annihilation der beiden Teilchen. Dabei entstehen Teilchen-Antiteilchen-Paare aus dem Standardmodell, die je nach ihrer Stabilität weiter zerfallen. Theoretisch kann dabei jedes mögliche Teilchen-Antiteilchen-Paar entstehen, das leichter als die beiden Neutralinos ist. Je nach Masse der Neutralinos wird die Massendifferenz zwischen den Neutralinos und dem entstehenden Annihilationspaar als kinetische Energie übertragen.

Wird die mittlere Lebensdauer der Teilchen betrachtet, die durch die Annihilation entstehen können, und werden die Zerfallskanäle analysiert, so sind nur wenige Teilchen stabil. Daher kann man sich auf die Suche dieser wenigen hochenergetischen Teilchen beschränken (vgl. Abb. 2.17).

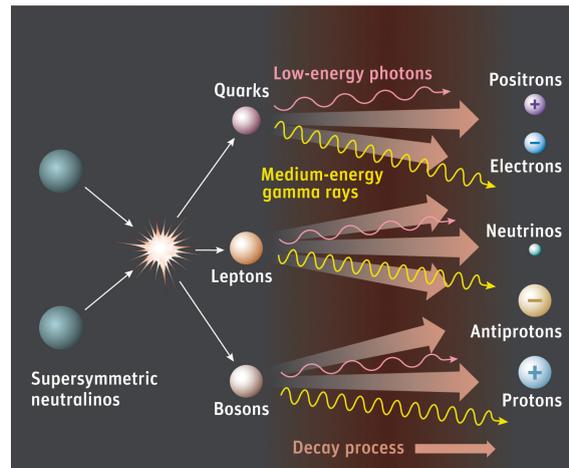


Abbildung 2.17.: Schematische Skizze der Annihilationskanäle der Neutralinos sowie der Zerfall der Primärteilchen [25].

Je nachdem, wie groß der Überschuss der Teilchen im hochenergetischen Bereich ist, lässt dies Rückschlüsse darauf zu, wie viele dieser Teilchen als Primärteilchen aus der Annihilation der Dunklen Materie hervorgegangen sind [2]. Die Konzentration der indirekten Suche ist vor allem auf die Untersuchung folgender Teilchen gerichtet, insofern sie einen hohen Energiegehalt (größer als 10 GeV) vorweisen können [18]:

- Neutrinos
- Photonen
- Positronen
- Elektronen

- Protonen
- Antiprotonen

Da WIMPs gravitativ wechselwirken, werden sie von massereichen Körpern angezogen und können in diesem Gravitationspotential gefangen sein. Folglich wird eine höhere Neutralino-Dichte in massereichen Körpern und auch eine höhere Annihilationsrate erwartet. Dies hat eine leichte Anisotropie aus der Richtung von massereichen Körpern zur Folge. Die Dunkle Materie ist aber ebenfalls auf das komplette Universum verteilt. Daher erwartet man aus allen Richtungen einen Fluss der Annihilationsteilchen, wodurch die Anisotropie stark gemindert wird. Da die Sonne der nächste massereiche Körper ist, wurde diese bereits auf eine erhöhte Neutralino-Annihilation untersucht. Allerdings konnte dort bisher keine Anomalität festgestellt werden [2].

3. Suche nach Anisotropien mit AMS-02

Je nach Ursache des Positronenüberschusses, ergeben sich Unterschiede in der Verteilung der kosmischen Strahlung.

Ein Pulsar als Ursache stellt eine Punktquelle dar, wodurch eine Anisotropie, also eine Richtungsabhängigkeit, in Form eines Dipols in der örtlichen Verteilung der Positronen in der kosmischen Strahlung zu sehen wäre. Dieser Dipol wird abgeschwächt, da die Positronen durch magnetische Turbulenzen während ihrer Propagation zur Erde abgelenkt werden.

Bei möglichen Signalen der Dunklen Materie muss eine Fallunterscheidung durchgeführt werden. Einerseits kann Dunkle Materie Annihilation aus einer annähernd isotrop verteilten Dunklen Materie eine isotrope Verteilung der Positronen verursachen. Andererseits kann Dunkle Materie auch klumpen und sich in massereichen Körpern ansammeln, wodurch die Annihilationsrate der Dunklen Materie dort höher ist. Dies hätte eine Anisotropie in der der Verteilung der Positronen zur Folge.

Schlussfolgernd gibt es zwei mögliche punktförmige Ursprünge als Positronenquelle. Diese wären Pulsare oder Klumpen Dunkler Materie. Eine isotrope Positronenverteilung ist ein Hinweis auf isotrop verteilte Dunkle Materie. Daher ist es wichtig zu wissen, ob eine Anisotropie in der kosmischen Strahlung vorliegt und falls vorhanden, diese zu quantifizieren. Um eine Analyse genau durchführen zu können, müssen zuerst die äußeren Bedingungen, denen der AMS-02 Detektor unterworfen ist, erläutert werden.

3.1. Störende Einflüsse

Ein Einflussfaktor, der bei der Analyse berücksichtigt werden muss, ist das Erdmagnetfeld. Die magnetischen Feldlinien treten auf der Südhalbkugel aus und in der Nordhalbkugel ein. Dabei sind die geographischen Pole zu den magnetischen Polen leicht verschoben. Außerhalb der Erde kann das Magnetfeld als Dipol angenähert werden. Die Feldstärke ist an den Polen größer als am Äquator, da die Volumenelemente am Äquator größer sind. Das Erdmagnetfeld dehnt sich in den Weltraum aus, der Einflussbereich wird als Magnetosphäre bezeichnet und ist deutlich größer als die Flughöhe der ISS. Treten geladene Teilchen der kosmischen Strahlung in die Magnetosphäre ein, werden sie entsprechend der Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3.1)$$

abgelenkt. Bewegt sich ein geladenes Teilchen parallel zu den Feldlinien, wird die Lorentzkraft Null, das Teilchen wird nicht abgelenkt. Besitzt es eine senkrechte Komponente in der Bewegung zum Magnetfeld, verschwindet die Lorentzkraft nicht mehr und es wird auf eine Spiralbahn um die Feldlinien herum gezwungen. Der Radius dieser Spiralbahn ist abhängig von der Rigidität des Teilchens und wird Larmor-Radius genannt. Geladene Teilchen, die in Richtung der Pole fliegen, werden kaum vom Erdmagnetfeld beeinflusst, da die Feldlinien senkrecht zur Erdoberfläche verlaufen und die senkrechte Komponente minimal wird. Geladene Teilchen, die senkrecht aus dem Weltraum in Richtung Äquator fliegen, erfahren die größte Ablenkung, da hierbei die senkrechte Komponente maximal wird, da das Magnetfeld parallel zur Erdoberfläche verläuft. Geladene Teilchen mit einer niedrigen Rigidität sind aus diesem Grund nicht in der Lage, in die Atmosphäre über dem Äquator einzutreten, sondern werden stattdessen zu einem der beiden Pole abgelenkt. Als Folge treffen mehr geladene Teilchen mit einer niedrigen Rigidität an den Polen als am Äquator ein. Im Großteil der Fälle werden allerdings Teilchen mit einer niedrigen Rigidität im Van-Allen-Strahlungsgürtel eingefangen. Die Teilchen mit einer niedrigen Rigidität bewegen sich dabei aufgrund der Lorentzkraft spiralförmig auf die magnetischen Pole zu. Die geringer werdende Entfernung zu den magnetischen Polen lässt die Intensität des Magnetfeldes ansteigen, da die Feldlinien zusammenlaufen. Dabei entsteht eine Komponente des Magnetfeldes, welcher der bisherigen Flugrichtung entgegenwirkt. Das Teilchen erfährt eine abstoßende Kraft und wird schließlich reflektiert. Als Folge davon oszilliert das Teilchen zwischen den beiden magnetischen Polen und ist im Van-Allen-Gürtel gefangen. Die niedrigste Rigidität, die notwendig ist, damit ein geladenes Teilchen an einem bestimmten Ort eintreffen kann ohne eingefangen zu werden, wird als geomagnetischer Rigiditäts Cutoff bezeichnet. Am Äquator ist der geomagnetischer Rigiditäts Cutoff maximal, zu den Polen hin verschwindet er (vgl. Abb. 3.1). Durch die leichte Verschiebung zwischen den magnetischen und den geografischen Polen ist im östlichen Teil der Erde der Cutoff geringer als im westlichen [26][27].

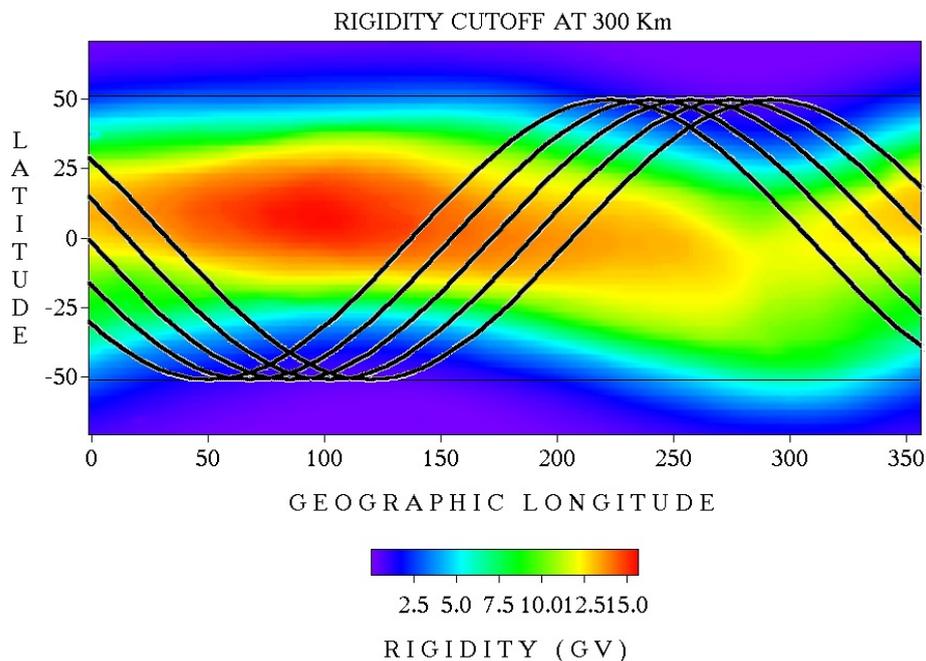


Abbildung 3.1.: Rigiditäts Cutoff in der Flughöhe der ISS, in schwarz sind einzelne beispielhafte Bahnen der ISS eingezeichnet [26].

Ein anderer Einflussfaktor, der berücksichtigt werden muss, ist, dass der AMS-02 Detektor nicht über allen Gebieten der Erde gleichschnell ist. Die ISS-Flugbahn ist gegenüber dem

Äquator um circa 52° geneigt, weshalb AMS nicht in Breiten oberhalb dieser 52° misst. An den Wendepunkten bei 52° ist die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Äquator Null, wodurch die Flugzeit an den Wendepunkten über einer Flächeneinheit deutlich länger wird. Dies hat zur Folge, dass an diesen Punkten mehr eintreffende Teilchen gemessen werden.

Des Weiteren darf die Eigenschaft der Kugeloberfläche der Erde nicht unbeachtet bleiben. Durch die Kugelform sind die Teilflächen nicht gleich groß. Das Oberflächenintegral über ein Teilstück A einer Einheitskugel ist

$$A = \Delta\Phi \cdot (\cos(\Theta_1) - \cos(\Theta_2)) \quad (3.2)$$

und somit lediglich in $\Delta\Phi$ linear. Der $\cos(\Theta_1)$ - $\cos(\Theta_2)$ -Term verursacht eine Verkleinerung der Flächenelemente in der Φ - Θ -Projektion vom Äquator hin zu den Polen. Durch diese beiden Faktoren, die unterschiedliche Überflugzeit sowie die Stauchung der Flächenelemente, hat die Absolutanzahl an Events pro Ortsbalken in dieser Projektion nur noch eine beschränkte Aussagekraft. Die beiden Faktoren können allerdings durch die Normierung pro Messzeit in dem jeweiligen Ortsbalken ausgeglichen werden. Wird die Normierung in jedem Ortsbalken durchgeführt und werden die Balken im zweidimensionalen Histogramm angeordnet, entsteht eine Karte, die als Raten-Karte bezeichnet wird. In diesen Karten sind am Äquator stets keine Daten eingezeichnet. Dies liegt daran, dass dort bei jedem Überflug die Kalibrierung der Subdetektoren durchgeführt wird und daher keine Messwerte aufgenommen werden. Die Kalibrierung wird am Äquator durchgeführt, da dort auf Grund der Ablenkung der Teilchen durch das Erdmagnetfeld die wenigsten Teilchen erwartet werden [28].

3.2. Referenzkarten

Um die Einflüsse durch das Erdmagnetfeld und die unterschiedlichen Geschwindigkeiten aus der Auswertung bei der Suche nach Anisotropien herausstreichen zu können, stellen Referenzkarten eine gute Methode dar. Dabei wird zwischen der Nicht-Anisotropiekarte¹ und der Nicht-Signalkarte² unterschieden.

Die Nicht-Anisotropiekarte zeigt, wie ein isotroper Himmel, durch den AMS-02 Detektor gemessen, aussehen würde und berücksichtigt dabei die oben genannten Einflüsse. Die Nicht-Anisotropiekarte wird am Computer ermittelt. Dabei wird zwischen zwei möglichen Herstellungsverfahren unterschieden, die sich im Resultat stark ähneln. Das eine Verfahren ist die sogenannte Mischtechnik³. Hier werden für die gemessenen Ereignisse die Koordinaten bestimmt, welche aus der Ausrichtung des AMS Detektors und den Eingangsrichtungen der Ereignisse in interenen Detektorkoordinaten bestehen. Durch einen Zufallsgenerator werden zwei Ereignisse bestimmt und die internen Detektorkoordinaten vertauscht. Für die beiden Ereignisse werden mit den vertauschten Koordinaten die Ankunftsrichtungen neu konstruiert. Dieser Prozess wird für alle Ereignisse durchgeführt und auf einer neuen Karte eingetragen. Auf diese Weise können beliebig viele Karten erzeugt werden. Die Summe dieser Karten stellt die finale Nicht-Anisotropiekarte (vgl. Abb. 3.2).

Eine andere Möglichkeit, eine Nicht-Anisotropiekarte zu erzeugen, stellt das Direkte Integrationsverfahren⁴ dar. Für diese Methode werden zwei Funktionen benötigt. Die eine Funktion $R(t)$ ist die Rate in Abhängigkeit von der Zeit. Für ein isotropes Szenario muss die Rate innerhalb eines bestimmten Winkels gleich der Ereignisrate über dem gesamten Himmel sein. Die andere Funktion $P(\Theta, \Phi, t)$ beschreibt die Wahrscheinlichkeit, ein Event

¹engl.: no-anisotropy map

²engl.: no-signal map

³engl.: shuffling technique

⁴engl.: direct-integration technique

in dieser Himmelskoordinate (Θ, Φ) zu messen. Für die näherungsweise isotrope kosmische Strahlung kann die Zeitabhängigkeit von P vernachlässigt werden, da diese in dem isotropen Szenario lediglich durch statistische Schwankungen verursacht werden würde. Die

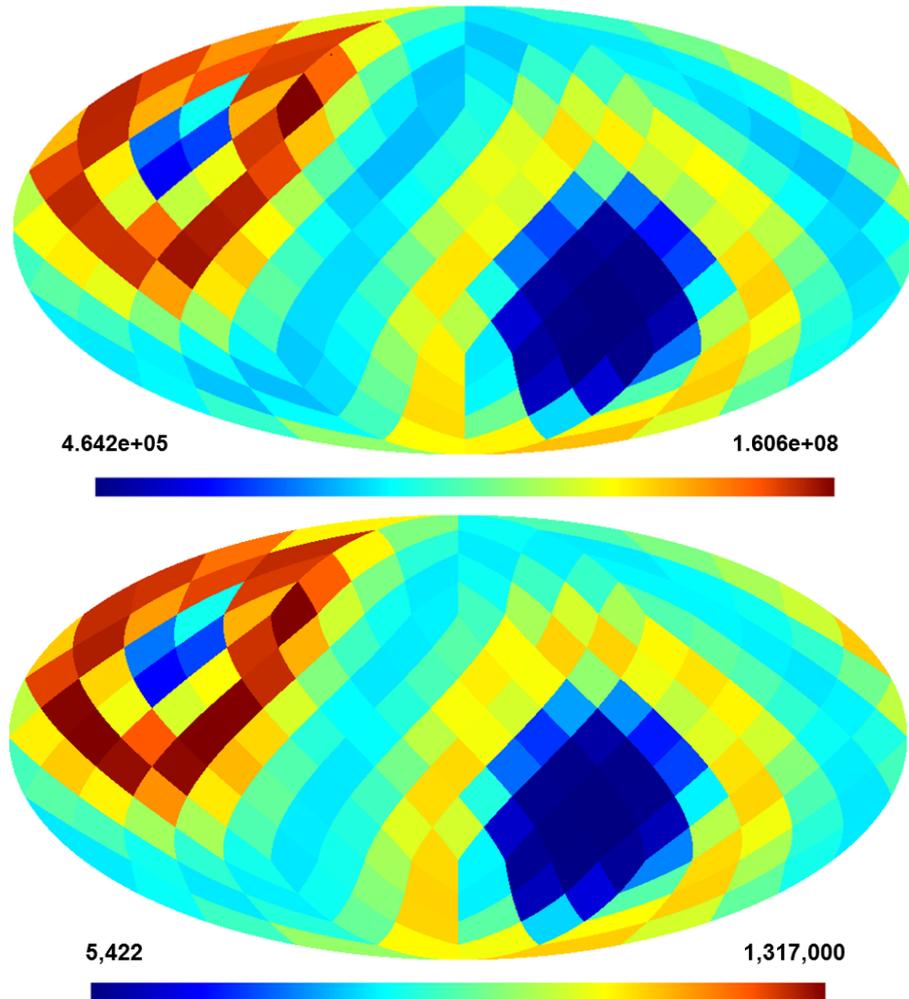


Abbildung 3.2.: In der oberen Abbildung ist die Nicht-Anisotropiekarte in der healpix-Projektion für Protonen im Energiebereich von 16 bis 350 GeV zu sehen. Die untere Abbildung enthält die gemessene Protonenkarte in diesem Energiebereich [29].

Nicht-Anisotropiekarte wird durch Multiplikation der beiden Funktionen $R(t)$ und $P(\Theta, \Phi)$ zusammengesetzt [30].

Wichtig zu erwähnen ist, dass die Nicht-Anisotropiekarte nicht perfekt isotrop ist. Ein mögliches anisotropes Signal, das in den Daten vorhanden war, wird durch die Bildung der Nicht-Anisotropiekarte lediglich ausgewaschen.

Im Gegensatz zu der Nicht-Anisotropiekarte besteht die Nicht-Signalkarte aus reellen Messwerten. Da der AMS Detektor viele verschiedene Teilchensorten misst, kann jeder Teilchensorte ein eigener Kanal zugewiesen werden. Auf diese Weise kann der Positronenkanal, in dem der Überschuss vorhanden ist (vgl. Kapitel 2.3) mit anderen Kanälen verglichen werden. Da ein Kanal, um als Nicht-Signalkarte in Frage zu kommen, das gesuchte Signal nicht enthalten darf, kommt nicht jeder Kanal in Frage. Es wird erwartet, dass der kosmische Protonenfluss keine Beiträge von Dunkler Materie Annihilation oder von Pulsaren enthält. Hinzu kommt, dass bereits mit einer hohen Statistik nachgewiesen werden konnte, dass der Protonenfluss auf hohem Niveau isotrop ist. Die geringe Anisotropie, die im Protonen-

fluss vorhanden ist, ist mehrere Größenordnungen geringer als die erwartete Anisotropie in den Positronen. Aus diesen Gründen ist die gemessene Protonenkarte die optimale Nicht-Signalkarte, da diese auf Grund des Ladungsvorzeichens ähnlichen Effekten wie der Positronenkarte ausgesetzt ist.

3.3. Auswertung

Zur Auswertung liegen die Karten als zweidimensionale Histogramme vor. Diese werden nun balkenweise miteinander verglichen, um daraus die Signifikanzen, also die Abweichungen voneinander, und somit eine Signifikanzkarte zu berechnen. Um statistische Schwankungen zu unterdrücken und um die Statistik zu erhöhen, kann eine Integration der Balken innerhalb eines Radius vor dem Berechnen der Signifikanzen durchgeführt werden. Hierbei muss eine Korrelation der Balken in Kauf genommen werden. Durch die unterschiedliche Wahl der Integrationsradien kann die Stärke der Korrelation bestimmt werden. Die zweidimensionalen Signifikanzhistogramme werden normalerweise mit Hilfe einer Multipolentwicklung auf Anisotropie untersucht. Laut der Veröffentlichung „Determination of the positron anisotropy with AMS“ (2013) beträgt die Obergrenze für eine mögliche Anisotropie für die Positronen 3,0% [31]. Ein alternatives statisches Verfahren zur Auswertung der Signifikanzhistogramme, der Run-Test, wird in dieser Arbeit vorgestellt und untersucht.

4. Run-Test (Wald-Wolfowitz-Test)

4.1. Statistische Methoden

Für das Verständnis des Run-Tests müssen die grundlegenden Begriffe der Statistik definiert werden. Statistik ist die quantitative Zusammenstellung von Daten sowie die Methoden, diese auszuwerten. Die Zusammenstellung der Daten kann durch Simulationen oder Messungen geschehen. Die Methoden zur Datenauswertung werden Hypothesentests genannt. Diese Tests sind dabei stark abhängig von der Fragestellung, die bearbeitet werden soll [32].

Ziel des Hypothesentests ist eine Aussage über die Vereinbarkeit eines Ereignisses mit einer bestimmten Hypothese. Dafür wird die sogenannte Nullhypothese, ebenso wie eine Alternativhypothese, definiert. Für existierende Messwerte eines Ereignisses soll bestimmt werden, ob es einem Ereignis der Nullhypothese oder der Alternativhypothese entspricht. Zu diesem Zweck müssen die beiden Hypothesen als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f(H_0|x)$ und $f(H_1|x)$ vorliegen. Des Weiteren muss eine Entscheidungsgrenze definiert werden, die die Annahmeregion der Nullhypothese von der Verwurfsregion trennt. Liegt der Messwert in der Verwurfsregion, wird die Nullhypothese als falsch angenommen und verworfen. Liegt er in der Annahmeregion, wird die Nullhypothese beibehalten. Die Bestätigung der Nullhypothese ist nicht möglich. Es kann lediglich die Aussage getroffen werden, dass der Messwert im Vergleich mit der Alternativhypothese, nicht im Widerspruch zur Nullhypothese steht.

Die Entscheidungsgrenze, die die Annahme- von der Verwurfsregion trennt, ist abhängig vom gewählten Signifikanzniveau. Über die Wahl des Signifikanzniveaus kann die Sensitivität des Tests bestimmt werden. Ein Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$ bedeutet, dass 95% aller Ereignisse, die tatsächlich der Nullhypothese entstammen auch dieser zugeordnet werden. Allerdings werden 5% der Ereignisse der Nullhypothese abgelehnt, obwohl sie eigentlich dieser entstammen. Dies wird als Fehler erster Art

$$\alpha = \int_{t_{cut}}^{t_{max}} f(H_0|x)dx \quad (4.1)$$

bezeichnet. t_{cut} bezeichnet die Entscheidungsgrenze, t_{max} den höchsten definierten Wert der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f(H_0|x)$. Der Fehler zweiter Art beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis der Alternativhypothese fälschlicherweise der Nullhypothese zugeordnet wird. Der Fehler zweiter Art berechnet sich zu

$$\beta = \int_{t_{min}}^{t_{cut}} f(H_1|x)dx \quad (4.2)$$

mit t_{min} als den niedrigsten definierten Wert. Bei der Wahl des Signifikanzniveaus und der Entscheidungsgrenze muss stets der Fehler zweiter Art berücksichtigt werden, da mit sinkendem Signifikanzniveau ein größerer Fehler zweiter Art einhergeht (vgl. Abb. 4.1) [33].

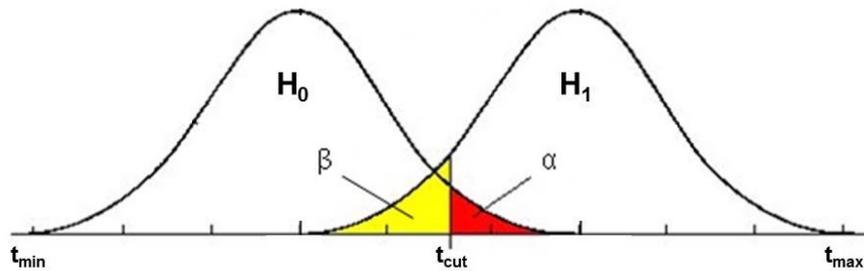


Abbildung 4.1.: Fehler erster Art (rot) und Fehler zweiter Art (gelb) in Abhängigkeit der Entscheidungsgrenze [34].

4.2. Motivation

Der Run-Test (auch Wald-Wolfowitz-Test) ist ein Hypothesentest auf Zufälligkeit einer Folge. Er wurde von den Mathematikern Abraham Wald und Jacob Wolfowitz entwickelt. Der Run-Test überprüft innerhalb eines beliebigen Signifikanzlevels, ob es eine ausgeprägte Struktur in einer Folge von Zahlen gibt oder ob diese zufällig entstanden ist [35].

Eine Anisotropie in der kosmischen Strahlung, verursacht durch einen Pulsar als Quelle, wäre ein Dipol mit statistischen Schwankungen in der Form

$$I = I_0 + \delta \cdot \cos(\alpha) \quad \text{mit } 0 \leq \delta < I_0 . \quad (4.3)$$

I beschreibt hierbei die Intensitätsschwankungen entlang einer Koordinate α . Die Struktur des Dipols würde eine Unzufälligkeit innerhalb der Folge hervorrufen, die eventuell mit Hilfe des Run-Tests von zufälligen Schwankungen unterschieden werden könnte.

4.3. Verfahren

Die Nullhypothese H_0 des Run-Tests lautet, dass eine betrachtete Folge zufällig ist. Die Alternativhypothese H_1 besagt dagegen, dass die betrachtete Folge nicht zufällig ist. Das Signifikanzniveau beträgt im Folgenden 5%. Dabei kann es sich bei der betrachteten Folge um Zahlenwerte oder um einen Bernoulli-Versuch (Münzwurf-Experiment) handeln. Im Folgenden soll das Verfahren eines Run-Tests anhand einer Zahlenfolge vorgestellt werden, da dieses Verfahren elementar für diese Arbeit ist.

Soll mit dem Run-Test eine Zahlenfolge mit N Gliedern auf Zufälligkeit untersucht werden, ist zuerst der Median dieser Zahlenfolge zu berechnen. Anschließend werden die Anzahl der Folgeglieder gezählt, die größer sowie kleiner als der Median sind. Die Anzahl der Folgeglieder, die größer als der Median sind, wird im Folgenden N_+ genannt, die Anzahl der kleineren Folgeglieder N_- . Sind Folgeglieder exakt so groß wie der Median, werden sie zu N_+ hinzugezählt. Somit gilt stets $N_- \leq N_+$ und $N_- + N_+ = N$.

Ein „Run“ ist eine ununterbrochene Sequenz von N_+ oder N_- . Das Verfahren des Run-Tests beruht auf der Annahme, dass die Wahrscheinlichkeit der Länge eines Runs einer zufälligen Folge einer Binominalverteilung folgt. Die Anzahl der Runs r muss ebenfalls gezählt werden.

Der Erwartungswert μ für die Anzahl der Runs berechnet sich nach

$$\mu = \frac{2N_+N_-}{N} + 1 . \quad (4.4)$$

Die Varianz der Runs lässt sich anschließend mit Hilfe des Erwartungswertes berechnen:

$$\sigma^2 = \frac{(\mu - 1)(\mu - 2)}{N - 1}. \quad (4.5)$$

Mit bekanntem Mittelwert μ , Varianz σ^2 und Anzahl der Runs r kann die Prüfgröße

$$z = \frac{r - \mu}{\sigma} \quad (4.6)$$

berechnet werden. Für statistisch große Tests ($N > 20$) können die Ablehnungsgrenzen für z mit Hilfe einer Standardnormalverteilung je nach Signifikanzlevel α berechnet werden. Die Formel hierfür lautet

$$\int_{-z_0}^{z_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2} dx = 1 - \alpha. \quad (4.7)$$

Folglich lautet das Ausschlusskriterium für ein Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$, dass $|z| < 1,96$ sein muss, um die Folge als zufällig betrachten zu können [35][36].

Durch die Abhängigkeit der Prüfgröße z von μ und σ erfolgt eine Abhängigkeit von N_+ , N_- und N .

5. Toy Monte-Carlo-Simulation

5.1. Motivation

Eine Monte-Carlo-Simulation beruht auf einer großen Anzahl an durchgeführten Zufallsexperimenten. Die nachfolgend erläuterte Toy Monte-Carlo-Simulation basiert auf dem Ziehen von Zufallszahlen.

Die Toy Monte-Carlo-Simulation dient vor allem zur Erforschung des Verhaltens des Run-Tests. Es wird das Verhalten des Run-Tests in einer Dimension als die einfachste Variante analysiert. Der Vorteil dieser Simulation ist, dass alle Ausgangsparameter bekannt sind und vorgegeben werden können. So kann sehr leicht die Empfindlichkeit des Run-Tests auf verschiedene eingestreute Signale untersucht werden.

5.2. Verfahren

Der Aufbau der Simulation orientiert sich an den Artikeln „Analysis Methods For Results in Gamma-Ray-Astronomy“ [37] und „Searches for Cosmic-Ray Electron Anisotropies with the Fermi Large Area Telescope“ [30]. Die beiden Artikel thematisieren Methoden, wie die kosmische Strahlung analysiert werden kann. Der Argumentation aus Kapitel 3 folgend wird eine Referenzkarte sowie eine Signalkarte simuliert, da dies in der realen Anwendung notwendig ist, um Detektoreffekte und äußere Effekte zu eliminieren.

Die Referenzkarte und die Signalkarte werden in dieser Simulation als eindimensionale Histogramme mit je $nbins$ Balken dargestellt, die jeweils statistischen Schwankungen unterworfen sind. Da, wie in Kapitel 3.3 erläutert, durch die Berechnung der Signifikanzkarten die störenden Effekte beseitigt werden, müssen diese in der Simulation nicht eingeführt werden.

Die Referenzkarte kann folglich mit einer Multinomialverteilung dargestellt werden, das heißt, alle Punkte in der Referenzkarte haben die gleiche Wahrscheinlichkeit, getroffen zu werden. Zu diesem Zweck werden ganze Zahlen zwischen 1 und $nbins$ durch den Computer gleichverteilt gezogen. Die gezogene Zahl gibt die Nummer des Balkens an, der um eins erhöht wird. Über einen vorher festgelegten Mittelwert kann die mittlere Höhe der Balken beschrieben werden. Es werden $nbins \cdot Mittelwert$ Zahlen gezogen, wobei jede zufällige Zahl einem simulierten Ereignis entspricht.

Die Signalkarte enthält ebenfalls statistische Schwankungen und kann verschiedene Szenarien beschreiben. Eine Möglichkeit ist ein isotroper Himmel ohne jeglichen Dipol. Dies würde mit Hilfe einer Multinomialverteilung dargestellt werden. Ein anderes Szenario ist

ein eingestreuter Dipol als Signal. Interessant für diese Simulation sind insbesondere kleine Amplituden des Dipols, da diese realitätsnah sind (vgl. Kapitel 3.3).

Für die Analyse auf Anisotropie müssen die Signifikanzen berechnet werden. Dabei wird ein „Bin-to-Bin-Vergleich“ durchgeführt, das heißt, die Höhe der entsprechenden Balken von der Signalkarte N_{on} und der Referenzkarte N_{off} fließen in die Berechnung ein [37]. Die Berechnung lautet

$$S = \sqrt{-2 \ln \lambda} \quad (5.1)$$

mit

$$\ln \lambda = -N_{on} \cdot \ln \left[\frac{1 + \alpha}{\alpha} \left(\frac{N_{on}}{N_{on} + N_{off}} \right) \right] - N_{off} \cdot \ln \left[(1 + \alpha) \left(\frac{N_{off}}{N_{on} + N_{off}} \right) \right] \quad (5.2)$$

und

$$\alpha = \frac{t_{on}}{t_{off}}, \quad (5.3)$$

wobei t_{on} die Messzeit der Signalkarte und t_{off} die Messzeit der Referenzkarte beschreibt. Sollten für die Referenzkarte und die Messkarte unterschiedlich viele Daten gesammelt worden sein, kann dies mit dem Faktor α ausgeglichen werden. Mit Formel 5.1 ergibt sich ein Signifikanzhistogramm, welches durch Berechnung aus den beiden Histogrammen N_{on} und N_{off} entstanden ist. Zu beachten ist, dass per Definition die Signifikanz negativ ist, wenn N_{off} größer als N_{on} ist und positiv, wenn dieser Sachverhalt umgekehrt ist.

Die Ausführung der soeben vorgestellten Simulation sowie die Berechnung der Signifikanz liefern die in Abbildung 5.1 zu sehenden Histogramme.

In Kapitel 3.3 wurde bereits die Integrationsmethode erwähnt. Um statistische Schwankungen zu unterdrücken und schwach gebildete Strukturen zu fördern, können die Balken vor dem Berechnen der Signifikanzen durch Integration beziehungsweise durch Aufsummieren korreliert werden. Durch die unterschiedliche Wahl der Integrationsradien kann die Stärke der Korrelation bestimmt werden (vgl. Abb. 5.2) [30]. Dabei können schwach vorhandene Strukturen stärker ausgebildet werden. Allerdings besteht die Gefahr, dass zufällige Strukturen ebenfalls zu einer größeren Struktur ausgebildet werden können. Der Integrationsvorgang wirkt sich auf die Form des Signifikanzhistogramms aus (vgl. Abb. 5.3).

Um eine ausreichend große Statistik zu erhalten, können in dieser Simulation eine beliebige Anzahl an Signal- und Referenzhistogrammen und somit auch die gleiche Anzahl an Signifikanzhistogrammen zufällig erzeugt werden. Sollte nichts anderes im Folgenden angemerkt sein, wird von einer Statistik von tausend erzeugten Karten ausgegangen. Die Balkenanzahl pro Histogramm ist für diese Untersuchung auf 2160 bei einer mittleren Füllhöhe von 100 festgelegt.

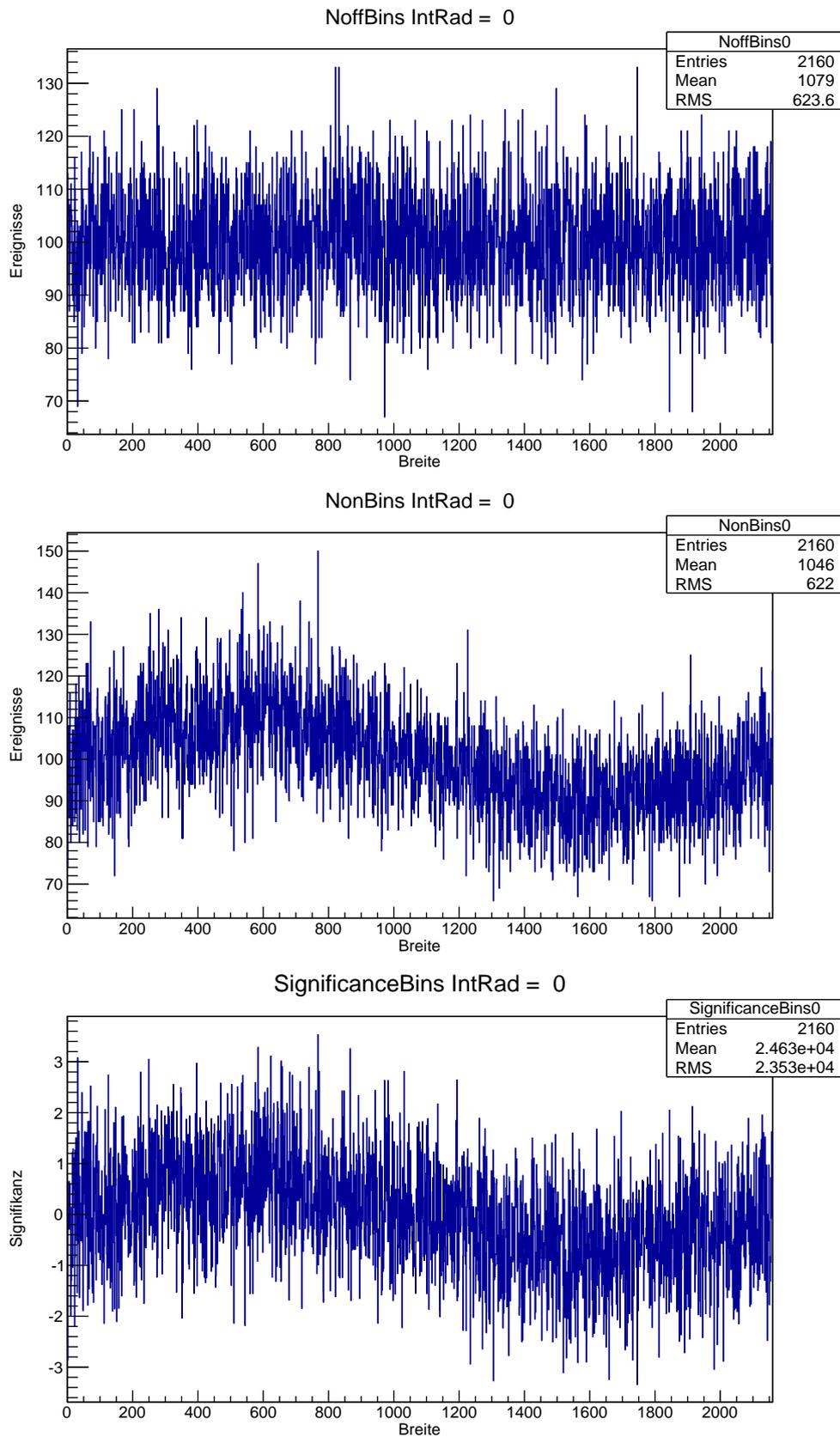


Abbildung 5.1.: Im oberen Bild ist eine Hintergrundsimulation mit Hilfe einer statistisch fluktuierenden Multinomialverteilung zu sehen, im mittleren Bild ein simulierter Dipol mit Amplitude $\delta = 0,1$. Im unteren Bild ist das nach Formel 5.1 berechnete Signifikanzhistogramm zu erkennen.

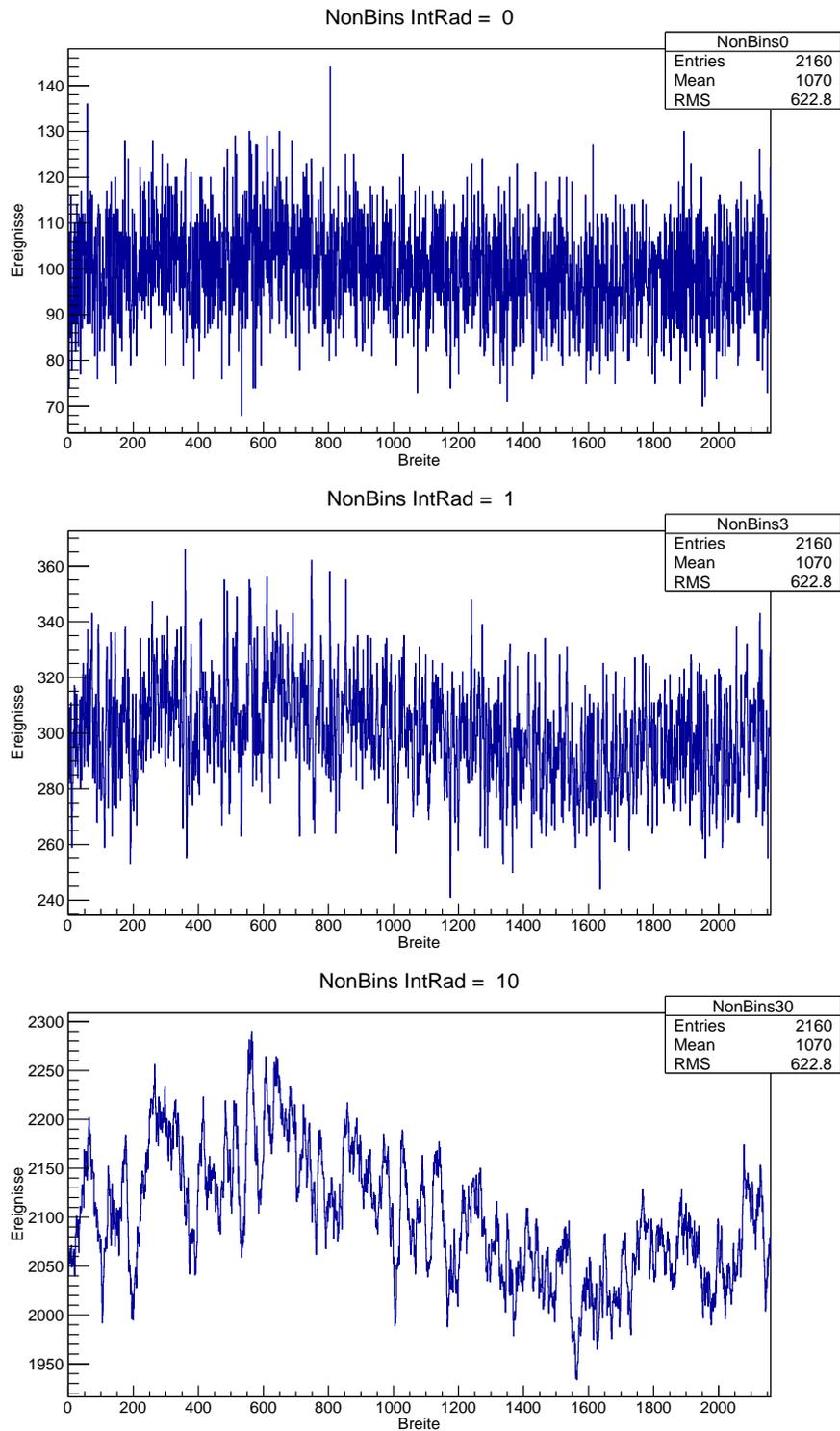


Abbildung 5.2.: Die obere Abbildung enthält einen eingestreuten Dipol mit $\delta = 0,03$, die mittlere zeigt das Histogramm für Integrationsradius 1 und die untere für Integrationsradius 10.

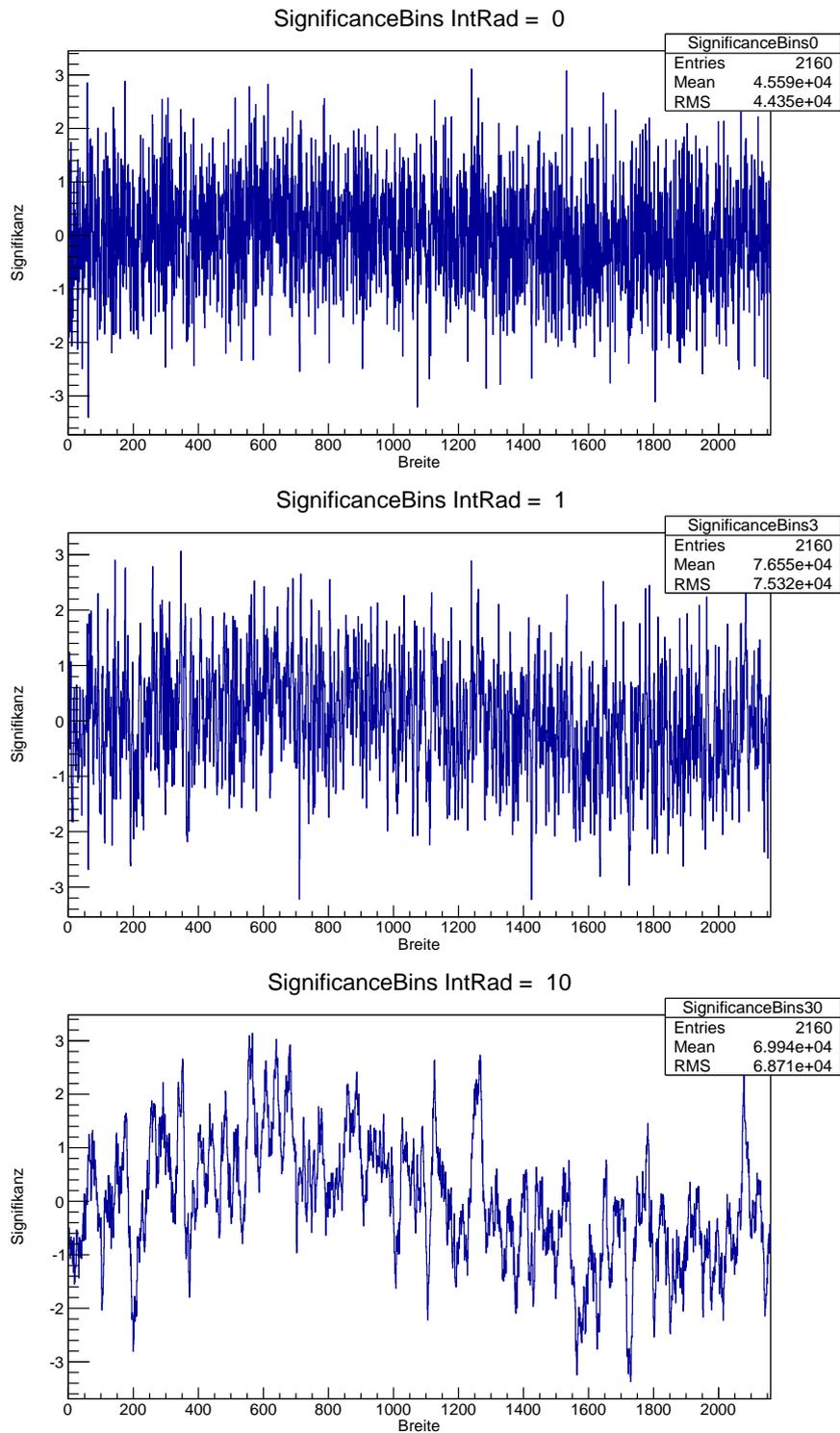


Abbildung 5.3.: Dem oberen Signifikanzhistogramm liegt ein Dipol mit $\delta = 0,03$ zugrunde. In der mittleren Abbildung wurde dem Histogramm über den linken und rechten Nachbarn integriert (Integrationsradius 1), in der unteren Abbildung ist das Histogramm mit Integrationsradius 10 dargestellt.

5.3. Untersuchung auf Zufälligkeit und Verhalten durch Integration

Eine Grundvoraussetzung für die Simulation ist, dass die maschinell erzeugten „Zufallszahlen“ den Anforderungen von zufälligen Zahlen in dem Rahmen des Run-Tests genügen. Dafür werden die Signifikanzkarten, die für diesen Fall aus zwei Multinomialverteilungen berechnet werden, auf Zufälligkeit untersucht. Unter der Annahme, dass die vom Computer erzeugten „Zufallszahlen“ den Kriterien des Run-Tests entsprechen und als zufällig anerkannt werden, wird erwartet, dass die Signifikanzkarten ebenfalls vom Run-Test als zufällig angesehen werden. Pro Histogramm wird durch den Run-Test eine Prüfgröße ausgerechnet. Folglich werden bei tausend erzeugten Signifikanzhistogrammen tausend Prüfwerte z erzeugt. Um die Verteilung der Prüfgrößen zu betrachten, werden diese in ein Histogramm gefüllt und an eine Gaußkurve angepasst.

Wie in Abbildung 5.4 zu sehen ist, kann die Verteilung der z -Werte relativ gut durch eine Gaußkurve mit Mittelwert Null und Breite Eins beschrieben werden. Durch die Tatsache, dass sich die simulierten z -Werte einer Normalverteilung mit Breite eins annähern und die Ausschlussgrenzen für den Run-Test aus einer Normalverteilung mit Breite eins berechnet werden, kann direkt vom gewählten Konfidenzintervall auf den Anteil der Karten geschlossen werden, die als zufällig angesehen werden können. Folglich werden bei einem gewählten Konfidenzintervall von 95% (Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$) circa 95% der erzeugten Signifikanzkarten als zufällig angesehen. Die Hypothese, dass die Karten zufällig erzeugt wurden, kann beibehalten werden.

Um den Vorgang der Integration besser verstehen und nutzen zu können, wird eine genauere Analyse mit Hilfe des Run-Tests benötigt. Hierbei soll untersucht werden, inwiefern die Histogramme durch die Integration verfälscht werden. Grundlage sind die oben genannten simulierten Signifikanzkarten. Diese Karten sind auf Grund der Verteilung der z -Werte als zufällig zu betrachten. Wird nun die kleinstmögliche Integration in einem Histogramm untersucht, wird die Summation über den linken und rechten Nachbarn betrachtet. Bei Anwendung des Run-Tests auf die integrierten Signifikanzkarten ist eine deutliche Veränderung zu beobachten. Die Breite der Verteilung beträgt nur noch 0,8964 und der Mittelwert -21,56. Wird ein höherer Integrationsradius (15 Balken) genommen, wird die Verschiebung (Mittelwert -38,82, Breite 0,939) bestätigt. Diese fällt allerdings im Vergleich zur ersten Verschiebung nicht mehr so extrem aus. Die Karten, die im nicht integrierten Fall noch zu einem großen Teil als zufällig angesehen wurden, sind durch die Integration in höchstem Maße unzufällig. Selbst bei dem kleinstmöglichen Integrationsradius kann die Korrelation durch den Run-Test bereits entdeckt werden und sorgt für eine extreme Verschiebung. Die Karten werden beim Integrieren nicht alle gleichmäßig verschoben. Die Karten, die die Ausläufer der Gaußkurve gebildet haben (Abweichung vom Mittelwert um $z > |1,96|$) können hierbei exemplarisch betrachtet werden. Die Ausläufer werden von 49 Karten gebildet. Von diesen 49 Karten tragen lediglich fünf Karten zu den Ausläufern in der Verteilung mit Integrationsradius eins bei. Um diese extreme Verschiebung erklären und um den Run-Test besser verstehen zu können, müssen alle Facetten des Run-Tests untersucht werden.

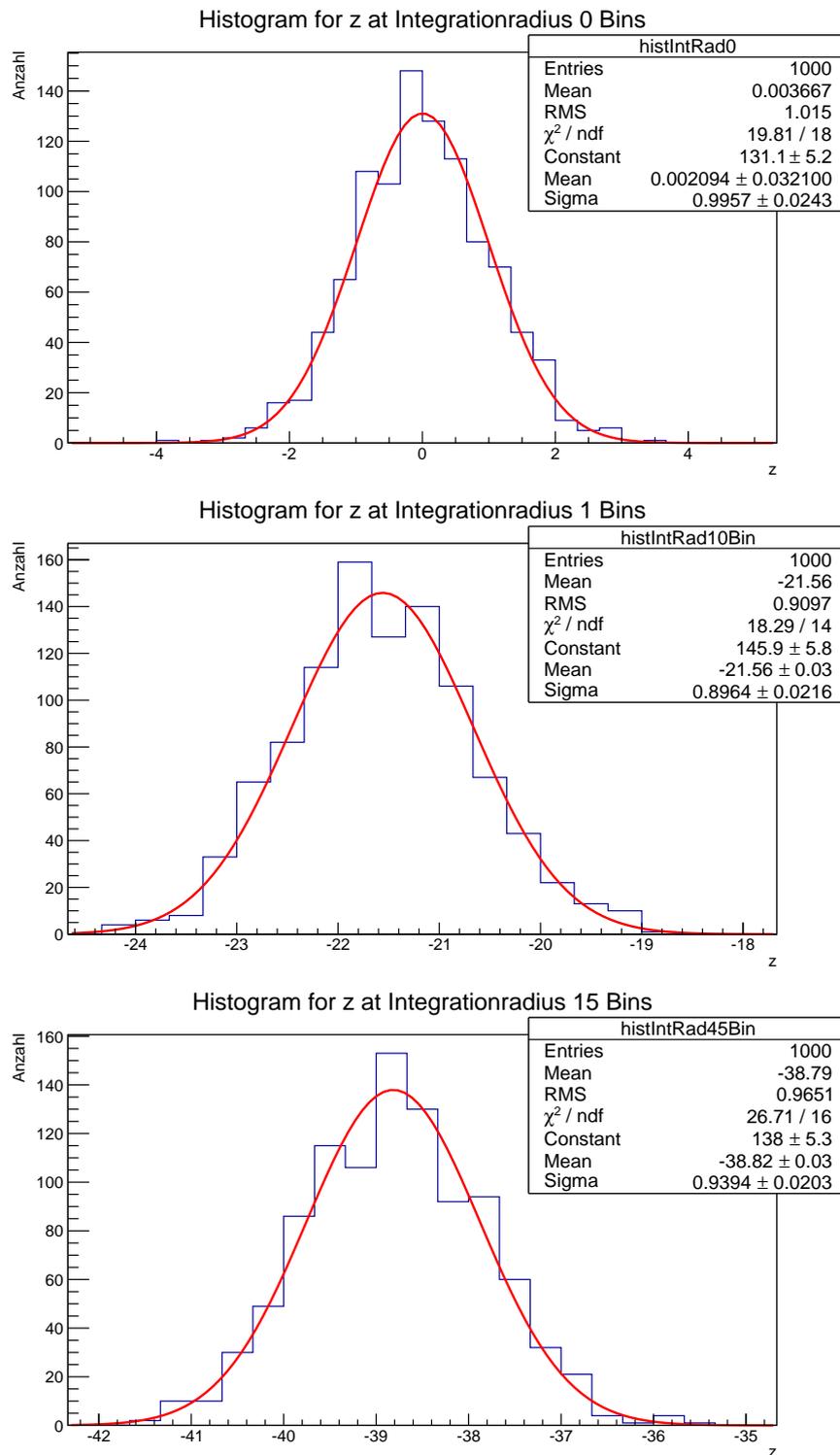


Abbildung 5.4.: In der oberen Abbildung ist das z-Histogramm ohne Integration zu sehen, in der Mitte mit Integrationsradius 1 und unten mit Integrationsradius 15.

Aufteilung in N_+ und N_-

Wie bereits in Kapitel 4.3 erläutert, werden Balken, die größer als der Median sind, N_+ , Balken, die kleiner sind, N_- zugeordnet. Sind Balken exakt so groß wie der Median, werden sie N_+ zugeordnet. Für jede erzeugte Signifikanzkarte wurde die Anzahl der Balken gezählt, die exakt so groß wie der Median sind und N_0 genannt. Für eine bessere Übersicht wurden die Karten, je nachdem über wie viele N_0 sie verfügen, in ein Histogramm gefüllt. In diesem Histogramm wird ersichtlich, dass die Anzahl der Karten, bei denen N_0 60 beträgt, im nicht integrierten Fall überwiegt. Diese machen circa 6,8% aus. Die Karten, bei denen kein Balken exakt so groß ist wie der Median, beläuft sich lediglich auf 2,2%. Durch den Integrationsvorgang verändert sich das Histogramm stark. Nun überwiegen die Karten, bei denen N_0 Null ist. Mit circa 20% ist dieser Anteil stark gewachsen. Die Anzahl der Signifikanzkarten, bei denen N_0 größer ist als 45, ist auf unter einen Prozent zurück gegangen. Dieser Trend bestätigt sich bei steigendem Integrationsradius (vgl. Abb. 5.5). Durch das Ausbilden der Strukturen durch den Integrationsvorgang wurde die Anzahl der Balken, die exakt so groß sind wie der Median, stark gesenkt. Im nicht integrierten Fall variiert das Verhältnis von N_+ zu N_- von Karte zu Karte stark, wobei N_+ immer größer oder gleichgroß wie N_- ist. Durch das Integrieren wird die Variation des Verhältnisses stark eingeschränkt. Das Verhältnis wirkt sich auf den Mittelwert μ und die Varianz σ^2 aus.

Erwartungswert und Signifikanz

Durch die unterschiedlichen Verhältnisse von N_+ zu N_- je nach Karte variiert auch der Erwartungswert je Karte. Im idealen Fall ($N_+ = N_-$), lautet der Erwartungswert

$$\mu = \frac{2N_+N_-}{N} + 1 = 1081. \quad (5.4)$$

Im nicht integrierten Fall ist die Verteilung der Erwartungswerte eine relativ breit gefächerte Verteilung mit Mittelwert 1080. Diese Verteilung wird im integrierten Fall deutlich schmaler und nähert sich mit steigendem Integrationsradius dem Mittelwert 1081 an (vgl. Abb. 5.6).

Die Varianz σ^2 hängt laut Formel 4.5 vom Erwartungswert μ ab. Damit schwankt die Varianz ebenso wie der Erwartungswert im nicht integrierten Fall. Durch das Teilen durch $N - 1$ beschränken sich die Schwankungen auf die erste Nachkommastelle. Es gilt in guter Näherung $\sigma^2 \approx 539,7$.

Anzahl der Runs

Die Anzahl der Runs wird ebenfalls für jede Karte einzeln betrachtet und zur besseren statistischen Übersicht in ein Histogramm gefüllt. Die so entstehenden Run-Verteilungen sehen grob glöckenförmig aus. Trotz des Integrationsvorgangs haben die Verteilungen alle die gleiche Breite mit $\sigma \approx 22 \pm 1$. Der Mittelwert der Verteilung sinkt bei steigendem Integrationsvorgang aber stark. Im nicht integrierten Fall entspricht der Mittelwert der Runs fast dem Erwartungswert von 1081. Wird allerdings bereits nur über den linken und rechten Nachbarn integriert, sinkt der Mittelwert ungefähr um die Hälfte (vgl. Abb. 5.7). Dies hat einen einfachen Grund: Durch den Integrationsvorgang sinkt der Abstand benachbarter Balken. Dadurch werden unter dem Median liegende Balken durch ihre Nachbarn über den Median gezogen und umgekehrt. In Folge geht eine große Anzahl an Runs verloren.

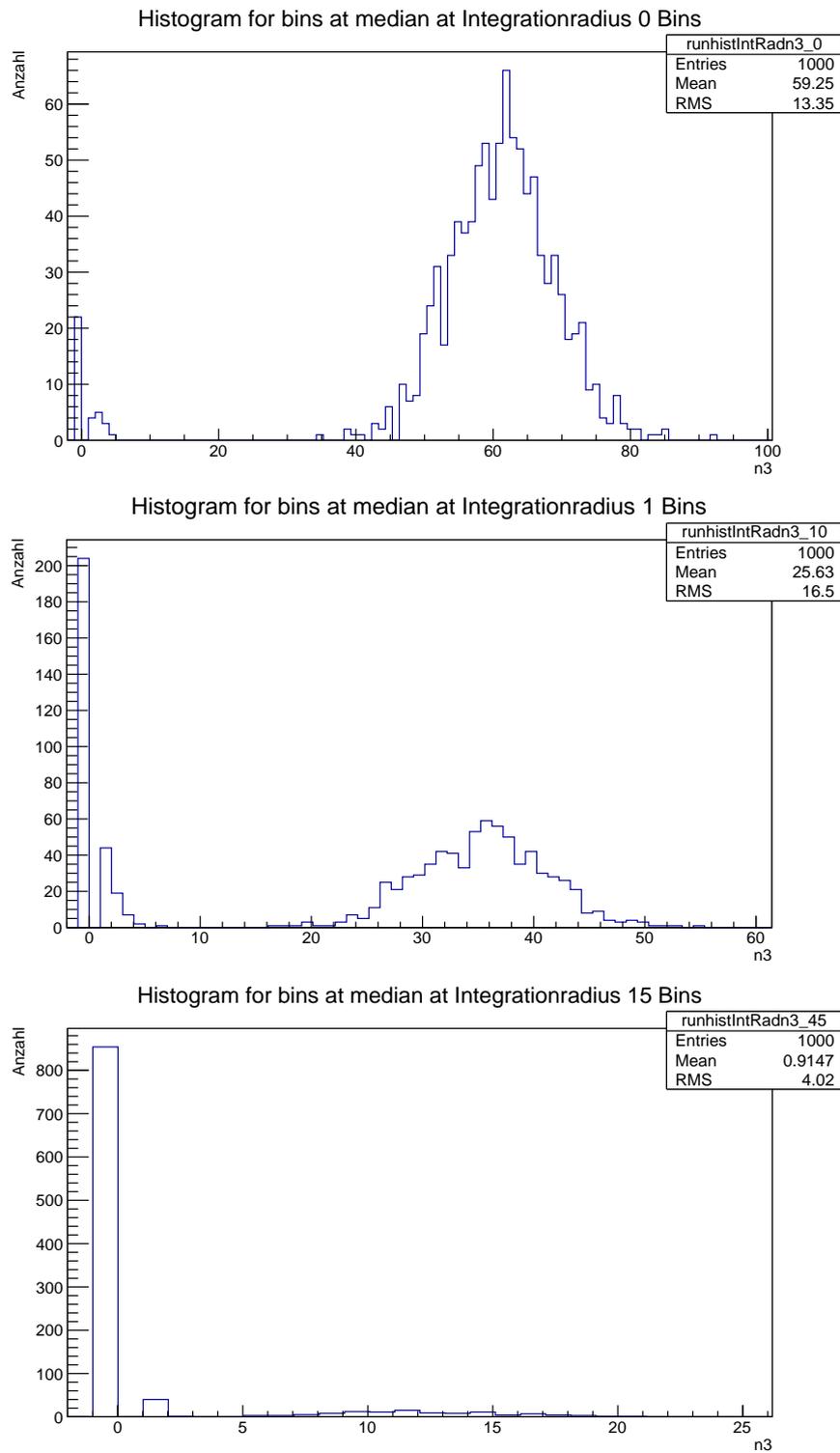


Abbildung 5.5.: Im oberen Bild ist das N_0 -Histogramm ohne Integration ersichtlic, in der Mitte mit Integrationsradius 1 und unten mit Integrationsradius 15.

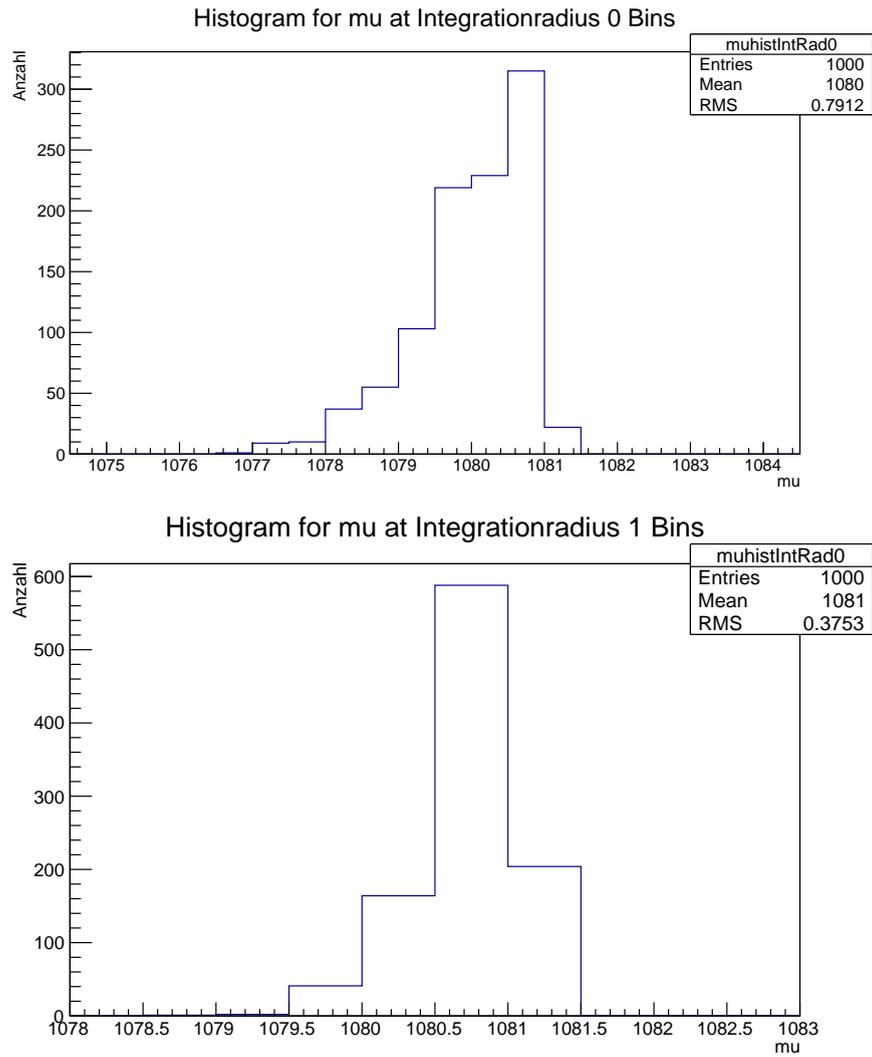


Abbildung 5.6.: In der oberen Abbildung ist das μ -Histogramm für den nicht integrierten Fall zu sehen, in der unteren mit Integrationsradius 1.

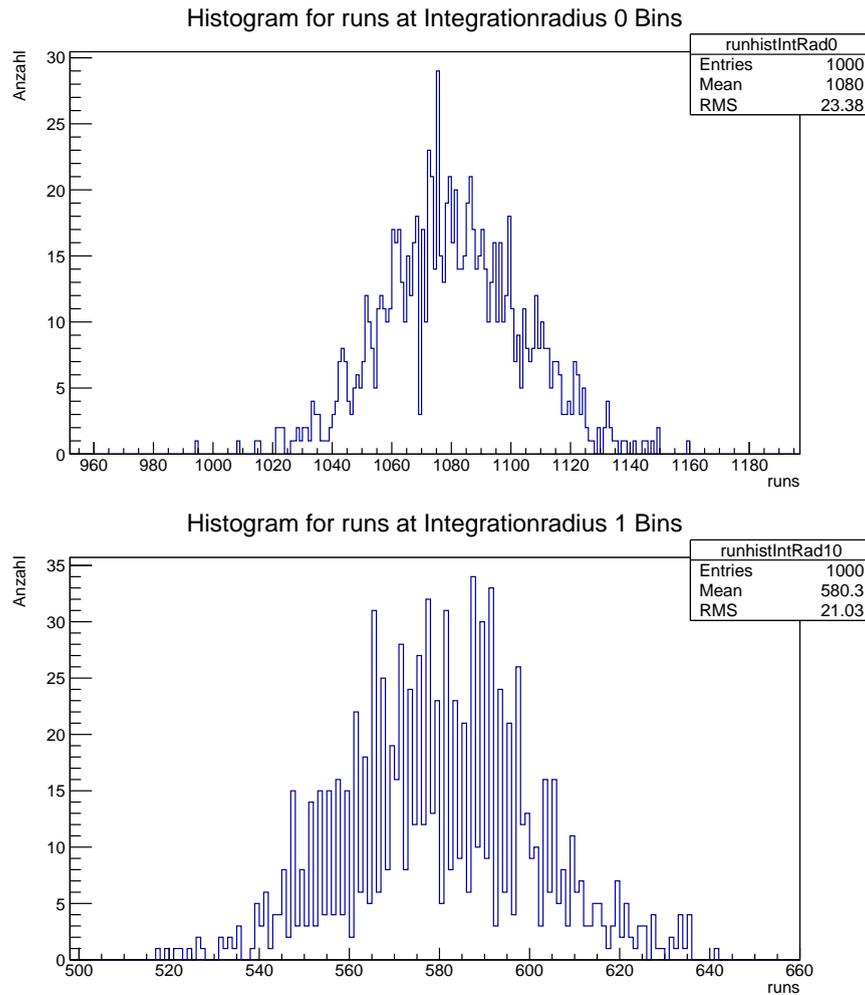


Abbildung 5.7.: Das obere Bild enthält das Run-Histogramm ohne Integration, das untere das Run-Histogramm mit Integrationsradius 1.

Auswirkung auf die Prüfgröße z

Durch die Auswirkung der Integration auf die Anzahl der Runs und die Anzahl der auf dem Median liegende Balken resultiert eine Verschiebung der Prüfgröße z . Die große Verschiebung von z liegt allerdings auch an der hohen Anzahl an Balken. Wird dieselbe Integration für ein Histogramm mit lediglich 20 anstatt 2160 Balken durchgeführt, erfolgt durch Integration lediglich eine Verschiebung von $\Delta z = 1,5$. Somit ist eine deutliche Abhängigkeit des Run-Tests von der Anzahl der Balken in einem Histogramm festzustellen, die berücksichtigt werden muss. Des Weiteren ist der Prüfwert nach unten beschränkt.

Die untere Grenze kann errechnet werden, indem die Anzahl N der Balken als konstant, die Anzahl der Runs, N_+ und N_- allerdings als variabel betrachtet werden. Einzige Nebenbedingung ist $N_+ + N_- = N$. Um eine minimale Prüfgröße z zu erhalten, muss die Anzahl der Runs minimal werden und der Erwartungswert maximal (vgl. Formeln 4.4 - 4.6). Der Erwartungswert ist abhängig von dem Produkt $N_+ \cdot N_-$, welches maximal wird für $N_+ = N_-$. Wäre in dem Histogramm lediglich ein Run vorhanden, bedeutet dies, dass alle Balken entweder ober- oder unterhalb des Medians liegen. Der Erwartungswert wird in diesem Fall $\mu = 1$, da entweder N_+ oder N_- gleich Null wären. Für diesen Fall ist die Prüfgröße nicht definiert, da die Wurzel im Nenner negativ wird. Zwei Runs erfüllen die Bedingung der minimalen Run-Anzahl bei maximalem Erwartungswert und sind dabei die kleinste Anzahl an Runs, die das erfüllen. Somit berechnet sich die untere Grenze der

Prüfgröße mit Formel 4.6 zu

$$z_{unten} = \frac{1 - \frac{N}{2}}{\sqrt{\frac{\frac{N}{2}(\frac{N}{2}-1)}{N-1}}} . \quad (5.5)$$

Durch den Integrationsvorgang kann sich die untere Grenze verschieben, allerdings kann sie nur größer werden. Dies liegt daran, dass das Gleichgewicht zwischen N_+ und N_- gestört werden kann. Es gilt dann $N_+ \neq N_-$ wodurch der Erwartungswert sinkt. Formel 5.5 liefert folglich den kleinst möglichen z -Wert.

Eine obere Grenze auf die Prüfgröße existiert nicht, da, falls der Erwartungswert nur minimal größer als Zwei wird, der Nenner gegen Null geht. Aus diesem Grund geht die Prüfgröße gegen unendlich.

Die untere Grenze auf z wird in der realen Anwendung von Bedeutung sein. Bewegen sich die z -Werte nahe dieser Untergrenze, wird sich keine gaußförmige Kurve mehr ausprägen können. Die Verteilungen werden zur Grenze hin stark gestaucht werden.

Des Weiteren ist die Prüfgröße z nicht kontinuierlich sondern diskret. Sie ist von der Anzahl der Runs, N_+ , N_- und N abhängig, welche Ganzzahlen sind. Die Schrittgröße der Quantelung schrumpft für eine steigende Balkenzahl N , da hierdurch die Varianz σ^2 größer wird.

5.4. Eingestreute Signale

In Kapitel 3 wird auf die physikalische Bedeutung der Erforschung der Anisotropie hingewiesen. Des Weiteren wird in der Motivation für den Run-Test (Kapitel 4.2) argumentiert, dass eine Anisotropie mit einer Struktur gleichzusetzen ist. Um ein Maß für diese Unzufälligkeit zu finden und Rückschlüsse auf die Amplitude der Anisotropie zu ziehen, eignet sich die Prüfgröße z des Run-Tests.

Es werden für verschiedene Amplituden jeweils 10.000 Signifikanzkarten hergestellt, sogenannte Referenzverteilungen, die als „Musterkurven“ dienen sollen. Jedes Signifikanzhistogramm besteht aus 2160 Balken mit einer mittleren Füllhöhe von 100. Diese Signifikanzhistogramme werden mit dem Run-Test überprüft. Pro Amplitude werden die 10.000 Testgrößen z in ein Histogramm gefüllt und mit einer Gaußkurve angepasst. Die Ergebnisse dieser Anpassungen sind in Tabelle 5.1 zu sehen, ebenso in Schaubild 5.8. In Tabelle 5.1 ist zu beachten, dass die „Ein-Promille-Dipol“-Referenzkurve im Rahmen der Fehlergröße nicht von der „Ohne-Dipol“-Referenzkurve zu unterscheiden ist. Es ist eine begrenzte Auflösungswahrscheinlichkeit des Run-Tests zu erahnen.

Tabelle 5.1.: Gaußanpassungen für eingestreute Dipolsignale bei 10.000 simulierten Karten.

Amplitude	Mittelwert μ	Fehler auf μ	Breite σ	Fehler auf σ
0,5	-36,7107	0,02178	0,679	0,0163355
0,1	-6,559	0,011	1,095	0,008
0,06	-2,531	0,011	1,055	0,008
0,03	-0,6385	0,0101	1,01	0,01
0,02	-0,2962	0,0101	1,001	0,007
0,01	-0,08564	0,00996	0,9912	0,0067
0,001	-0,001039	0,00995	0,9917	0,0071
0	0,00039	0,0031	1,0031	0,0022

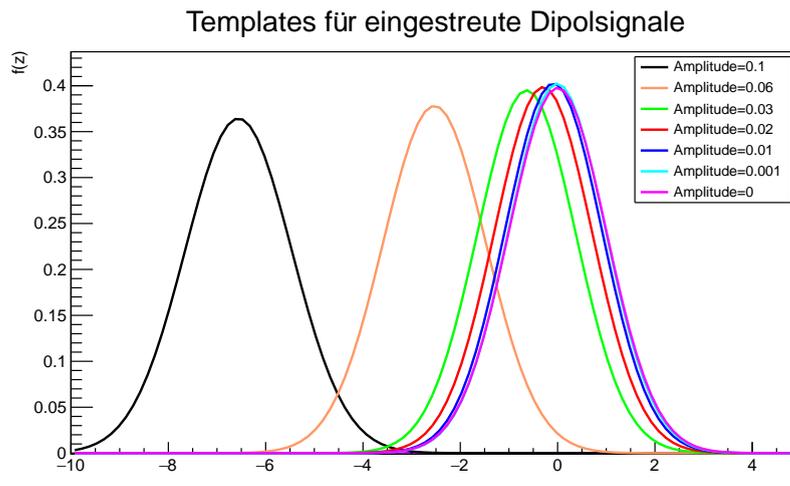


Abbildung 5.8.: Referenzverteilungen für simulierte Dipole verschiedener Stärken.

Die Referenzverteilungen stellen eine mathematische Beschreibung für Hypothesen für verschiedene Dipolstärken dar und bilden die Grundlage für die Auswertung mit reellen Messwerten. Es stellt sich die Frage, mit was für statistischen Tests die z -Werte, die durch die AMS-Messwerte erzeugt werden, in Zusammenhang mit den verschiedenen Hypothesen gestellt werden können.

5.5. Auswertung mit verschiedenen Hypothesentests

5.5.1. Kolmogorov-Smirnow-Test

Der Kolmogorov-Smirnow-Test ist ein statistisches Verfahren, um zwei beliebige Verteilungen auf Gleichheit zu überprüfen [38]. Erzeugt man eine beliebige Anzahl an Referenzkarten, so folgt eine beliebige Anzahl an z -Werten. Diese Verteilung an z -Werten kann mit den verschiedenen Referenzverteilungen verglichen werden.

Der Kolmogorov-Smirnow-Test gibt eine Prüfgröße p aus. Ist das angesetzte Signifikanzniveau α größer als p , gilt die Hypothese, dass die Funktion und die Verteilung übereinstimmen, als abgelehnt. Um die Anwendungsfähigkeit des Kolmogorov-Tests zu überprüfen, werden z -Verteilungen mit je 1000 Karten und verschiedenen Amplituden mit der Referenzverteilung, welche Isotropie repräsentiert, verglichen. Die errechneten p Werte befinden sich in Tabelle 5.2.

Tabelle 5.2.: Kolmogorov-Werte für verschiedene Amplituden.

Amplitude	p-Wert
0	0,3135
0,005	0,287
0,01	0,96
0,015	0,8873
0,02	0,53
0,025	0,0428
0,03	0,00011
0,05	$1,88 \cdot 10^{-17}$

Es ist zu erkennen, dass die p -Werte für sinkende Dipolamplituden nicht monoton fallen,

sondern stark fluktuieren. Diese Fluktuation kommt vermutlich daher, dass der Kolmogorov-Smirnow-Test zu sensibel für diese Anwendung ist. Für kleine Amplituden, welche bei den Messwerten des AMS-02 Detektors erwartet werden, ist der Kolmogorov-Smirnow-Test daher nicht tauglich.

5.5.2. Likelihood-Ratio-Test

Der Likelihood-Ratio-Test vergleicht einen einzelnen Wert mit zwei Verteilungen. Er ist definiert als das Verhältnis zwischen zwei Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f(H_0|x)$ und $f(H_1|x)$, wobei eine die Nullhypothese H_0 und die andere die Alternativhypothese H_1 repräsentiert. Die Nullhypothese ist in diesem Fall die Behauptung, dass Anisotropie mit einer bestimmten Amplitude vorliegt. Die Alternativhypothese ist die Behauptung einer anderen Amplitude. Als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen können direkt die Referenzverteilungen übernommen werden.

Bei beliebigen Werten x ist der Likelihood-Ratio-Test definiert als

$$\Lambda = \frac{f(H_0|x)}{f(H_1|x)} . \quad (5.6)$$

Um den Grenzwert c bei einem Signifikanzniveau α zu ermitteln, werden zwei Möglichkeiten betrachtet. Liegt die Verteilung der Nullhypothese auf dem Zahlenstrahl links von der Alternativhypothese, werden die α höchsten Werte der z -Verteilungen der Nullhypothese ermittelt. Der niedrigste dieser Werte ist der Wert x_0 , aus dem die Entscheidungsgrenze berechnet wird. Liegt die Nullhypothese rechts von der Alternativhypothese, werden die α niedrigsten Werte ermittelt und x_0 bestimmt. Mit x_0 wird die Entscheidungsgrenze

$$c = \frac{f(H_0|x_0)}{f(H_1|x_0)} \quad (5.7)$$

berechnet. Gilt $\Lambda < c$ wird die Nullhypothese verworfen. Zur besseren Verarbeitung der Zahlen im Computer wird das Log-Likelihood-Verhältnis gebildet aus

$$L = \text{Log} \left(\frac{f(H_0|x)}{f(H_1|x)} \right) \quad (5.8)$$

und

$$c_L = \text{Log} \left(\frac{f(H_0|x_0)}{f(H_1|x_0)} \right) \quad [39]. \quad (5.9)$$

Liegen die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen, also in diesem Falle die Referenzverteilungen, sehr eng beieinander, bedeutet dies bei einem niedrigen Fehler erster Art automatisch einen sehr hohen Fehler zweiter Art. Um diesen Effekt zu umgehen, wird ein Verfahren zur Entzerrung der Referenzverteilungen gesucht, da insbesondere die kleinen Amplituden mit dem geringen Abstand zur Alternativhypothese interessant sind. Eine Möglichkeit stellt die bereits erläuterte Integrationsmethode dar. Dabei besteht die Hoffnung, dass die Referenzverteilungen „auseinandergezogen“ werden. Tatsächlich bestätigt sich diese Annahme. Wie in Tabelle 5.3 zu erkennen ist, werden die Referenzverteilungen leicht auseinandergezogen.

Tabelle 5.3.: Abstand der Referenzverteilungen von der Referenzverteilung, die Isotropie repräsentiert, bei verschiedenen Integrationsradien.

Integrationsradius	0 Balken	10 Balken	50 Balken	90 Balken
Amplitude 0,001	0,0029248	0,0832	0,0279	0,0079
Amplitude 0,01	0,0672424	0,2806	0,4581	0,6344
Amplitude 0,02	0,3341269	1,0076	1,5549	1,6877
Amplitude 0,03	0,7342039	1,9577	2,3912	2,3645

Dieses Auseinanderziehen geschieht allerdings nicht gleichmäßig, sondern ist abhängig von der jeweiligen Amplitude. Eine Integration in dem Bereich, in dem die Beschränkung der z -Werte von Bedeutung wird, sollte vermieden werden, da sich hierbei keine Gaußkurve mehr ausbilden kann.

Der Run-Test stellt unter Zuhilfenahme des Likelihood-Ratio-Tests und der Integrationsmethode ein geeignetes Verfahren dar, um kleine Amplituden von Anisotropien zu untersuchen.

6. Zweidimensionale Monte-Carlo-Simulation

Dieses Kapitel soll den Transfer der Erkenntnisse aus Kapitel 5 hin zur realen Anwendung auf Messwerte von AMS-02 darstellen. In Kapitel 5 wurde der Run-Test stets nur auf eindimensionale Histogramme angewendet. Da der AMS-02 Detektor die gemessenen Ereignisse in galaktischen Koordinaten aufnimmt, sind diese in der Ortskoordinate zweidimensional angeordnet. Dieses Problem der Dimension muss ebenso gelöst werden wie die beschränkte Statistik in bestimmten Energiebereichen.

6.1. Definition der Anisotropie

Die gemessenen AMS-02 Ereignisse liegen in galaktischen Kugelkoordinaten vor, daher wird die folgende Monte-Carlo-Simulation ebenfalls in diesem Koordinatensystem durchgeführt. Die eindimensionale Verteilung aus Kapitel 5 muss auf den zweidimensionalen Fall ausgedehnt werden, die eindimensionalen Histogramme auf zweidimensionale Histogramme in der Φ - Θ -Ebene. Es stellt sich die Frage, wie eine Anisotropie und insbesondere ein Dipol in der Φ - Θ -Ebene aussieht. Die Definition des Dipols

$$I = I_0 + \delta \cdot \cos(\alpha) \quad \text{mit } 0 \leq \delta < I_0 \quad (6.1)$$

ist hierfür wichtig. Der Winkel α muss dadurch, dass diese Monte-Carlo-Simulation in Kugelkoordinaten stattfindet, von kartesischen Koordinaten transformiert werden. Dies geschieht über das Skalarprodukt,

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} \quad (6.2)$$

wobei \vec{a} die Richtung des Dipols beschreibt und \vec{b} einen beliebigen Punkt. \vec{a} und \vec{b} können mit Hilfe der Koordinatentransformation

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \sin(\Theta_D) \cos(\Phi_D) \\ \sin(\Theta_D) \sin(\Phi_D) \\ \cos(\Theta_D) \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} \sin(\Theta) \cos(\Phi) \\ \sin(\Theta) \sin(\Phi) \\ \cos(\Theta) \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

auf der Einheitskugel in Kugelkoordinaten überführt werden. Wird dies in die Definition des Skalarproduktes (6.2) eingesetzt, ergibt sich

$$\cos(\alpha) = \sin(\Theta) \sin(\Theta_D) \cos(\Phi - \Phi_D) + \cos(\Theta) \cos(\Theta_D) . \quad (6.4)$$

Dies kann wiederum in die Definition des Dipols (6.1) eingefügt werden, woraus eine zweidimensionale Beschreibung eines Dipols in der Φ - Θ -Ebene resultiert

$$I = I_0 + \delta \cdot (\sin(\Theta) \sin(\Theta_D) \cos(\Phi - \Phi_D) + \cos(\Theta) \cos(\Theta_D)) \quad (6.5)$$

mit den Definitionsbereichen $0 \leq \delta < I_0$, $\Theta \in [0, \pi]$ und $\Phi \in [0, 2\pi]$. Analog zu Kapitel 5 wird die durchschnittliche Intensität I_0 auf eins normiert, wodurch die Amplitude in Relativwerten angegeben wird.

6.2. Projektion auf eine Dimension

Der interessante Energiebereich für die Analyse der Positronen erstreckt sich von 16 bis 350 GeV. In diesem Bereich wurden ungefähr 40.000 Ereignisse gemessen. Aus diesem Grund wird die Monte-Carlo-Simulation mit 40.000 simulierten Ereignissen durchgeführt. Zum besseren Verständnis wird im Folgenden eine flache Ebene definiert, die Φ - Θ -Ebene. Alle gemessenen Ereignisse liegen in dieser Ebene und werden entsprechend ihrer Φ - und Θ -Koordinate in dem zweidimensionalen Histogramm platziert (vgl. Abb. 6.1). Anschaulich gesprochen liegt die Φ -Achse in der galaktischen Scheibe, wohingegen die Θ -Achse senkrecht zu dieser steht.

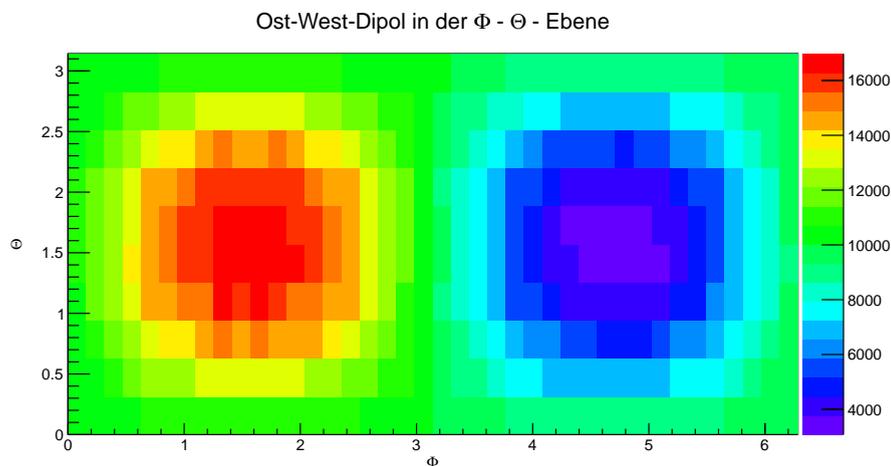


Abbildung 6.1.: Darstellung eines Ost-West-Dipols in der Φ - Θ -Ebene.

Da der Run-Test nur für den eindimensionalen Fall definiert ist, muss eine Möglichkeit gefunden werden, den zweidimensionalen Dipol so zu zerlegen, dass eine sinnvolle eindimensionale Analyse möglich ist.

Eine Möglichkeit ist, das zweidimensionale Histogramm in Streifen zu zerlegen und als getrennte eindimensionale Histogramme zu betrachten.

Wird beispielsweise das zweidimensionale Histogramm entlang der Θ -Achse in zehn eindimensionale zerlegt, besteht jedes eindimensionale Histogramm aus 4.000 gemessenen Positronen entlang der Φ -Achse. Um statistische Schwankungen von einem möglichen Dipolsignal trennen zu können und um zu gewährleisten, dass alle Balken gefüllt sind, wird eine mittlere Füllhöhe von 100 gewählt. Hieraus ergibt sich die Balkenanzahl 40. Wird für diese Histogramme analog zu Kapitel 5 eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt, ergeben sich Referenzverteilungen, die so eng zusammengedrückt sind, dass eine Unterscheidung für Amplituden kleiner als 30% unmöglich ist.

Dabei wird eine weitere Eigenschaft des Run-Tests deutlich: die Auswirkung der Balkenanzahl auf die Prüfgröße und auf die Referenzverteilungen. In Kapitel 5.3 wurde die

Beschränktheit der Prüfgröße ausgeführt. Laut der dort hergeleiteten Formel lautet der Wertebereich für z in Kapitel 5 $z > -46,45$, bei diesem Histogramm mit 40 Balken jedoch nur noch $z > -6,08$. Da die Referenzverteilung, die Isotropie repräsentiert, bei beiden Histogrammen eine Gaußverteilung mit Mittelwert Null ist, ist der Wertebereich für das Histogramm mit 40 Balken deutlich kleiner. Der kleinere Wertebereich hat eine Stauchung der Referenzverteilungen zu Folge. In Fortfolge muss ein Weg gefunden werden, um die Balkenanzahl möglichst hoch zu setzen, ohne dabei die mittlere Füllhöhe zu erniedrigen, da dies sich ebenfalls negativ auf die Referenzverteilungen auswirkt.

Eine alternative Möglichkeit der Zerlegung bei gleichzeitiger Hochhaltung der Statistik ist die direkte Projektion des gesamten zweidimensionalen Histogramms auf die Φ - oder Θ -Achse. Bei der Projektion auf die Φ -Achse werden alle Ereignisse innerhalb eines bestimmten Sektors $\Phi_0 + \Delta\Phi$ unabhängig von ihrer Θ -Koordinate aufsummiert und in ein Histogramm gefüllt. Dabei entsteht ein eindimensionales Histogramm mit 40.000 Ereignissen. Die Balkenanzahl ist mit 400 hoch genug für den Run-Test. In mindestens einer der Projektionen ist der Dipol erkennbar. Sollte ein schräger Dipol vorhanden sein, so sollte er in beiden Projektionen vorhanden sein, wenn auch deutlich gestaucht in seiner Amplitude (vgl. Anhang Abb. A.1 - A.3).

6.3. Verfahren

Für den zweidimensionalen Fall in der Monte-Carlo-Simulation werden entsprechend Funktion 6.5 für vorgegebene Ausgangsparameter jeweils eine Θ - und eine Φ -Koordinate für jedes der simulierten 40.000 Ereignisse gezogen. Die Ereignisse werden sowohl auf die Θ - als auch auf die Φ -Achse in jeweils eindimensionale Histogramme mit 400 Balken projiziert. Diese bilden die Signalkarten. Analog zu Kapitel 5 werden ebenfalls Referenzkarten durch Multinomialverteilungen dargestellt. Getrennt werden für die Θ - und Φ -Histogramme mit der jeweiligen Referenzkarte eindimensionale Signifikanzhistogramme erstellt, welche durch den Run-Test überprüft werden.

Auf diese Weise kann eine beliebige Anzahl an Szenarien simuliert werden. Dadurch können die real gemessenen z -Werte in einen Zusammenhang gestellt werden.

Der Integrationsvorgang wird analog zur Toy Monte-Carlo-Simulation ebenfalls implementiert und auf den eindimensionalen Projektionen ausgeführt. Es muss ein Integrationsradius gewählt werden, bei dem die Beschränkung der z -Werte nicht zu einer Stauchung der Referenzverteilungen in eine Richtung führt. Als maximaler Integrationsradius wurde zehn Balken für diesen Fall gefunden.

6.3.1. Abhängigkeit von der Balkenbreite des Histogramms

Bei der Arbeit mit der zweidimensionalen Monte-Carlo-Simulation wird eine deutliche Abhängigkeit der Gaußanpassung von der Balkenbreite des Histogramms ersichtlich. Für das z -Histogramm, in das die simulierten z -Werte für die Anpassung gefüllt werden, muss eine feste Balkenbreite vorgegeben werden.

Tabelle 6.1.: Abhängigkeit der Referenzverteilungen von der Balkenbreite.

Amplitude	Mittelwert Gaußanpassung	
	0,1 Balkenbreite	0,3 Balkenbreite
0	-0,0351815	0,0456412
0,005	-0,0193746	-0,0495413

Wie in Tabelle 6.1 zu sehen, ist bei einer Balkenbreite von 0,1 der Mittelwert der „Ohne Dipol“-Referenzverteilung kleiner als der der „Fünf Promille“-Referenzverteilung. Wird die

Balkenbreite auf 0,3 erhöht, dreht sich dieser Sachverhalt um. Insgesamt variiert dabei der Mittelwert um 0,1, was insbesondere bei kleinen Amplituden zu sehr großen Ungenauigkeiten führen kann, da hier die Referenzverteilungen eng beieinander liegen.

Für die reale Anwendung werden einzelne z -Werte berechnet, die mit den Referenzverteilungen verglichen werden sollen. Hierbei existiert keine Vorgabe an eine Balkenbreite, deshalb muss diese Abhängigkeit bei der Erzeugung der Referenzverteilungen umgangen werden.

Eine Lösung bietet eine Likelihoodanpassung. Die ungebinnten Daten werden direkt für die Anpassung verwendet. Die hier beschriebene Anpassungsmethode hat den Nachteil, dass die Funktion, die die Werte beschreibt, in analytischer Form bekannt sein muss. Aus Kapitel 5 ist bekannt, dass die z -Werte sich durch eine Gaußfunktion beschreiben lassen. Daher ist die anzupassende Funktion eine Gaußfunktion mit den zwei freien Parametern Mittelwert μ und Breite σ . Zur besseren Datenverarbeitung wird eine Log-Likelihoodanpassung durchgeführt, da hierbei kleine Zahlen für den Computer besser dargestellt werden.

Für jeden simulierten z -Wert wird der logarithmierte Funktionswert der Gaußfunktion berechnet. Diese werden aufsummiert. Für die optimale Gaußanpassung muss dieser Term maximal werden. Zu diesem Zweck wird der Term mit Minus Eins multipliziert und an das in Root implantierte „TMinuit“-Paket übergeben. Dieses versucht durch Variation der freien Parameterwerte in einem vorgegebenen Wertebereich den mit Minus Eins multiplizierten Term zu minimieren. Auf diese Weise wird der Term maximiert, was für die optimale Anpassung spricht. Das „TMinuit“-Paket gibt am Ende die beiden optimalen Parameterwerte aus sowie einen Fehler darauf. Durch dieses Verfahren wird die Abhängigkeit der Balkenbreite umgangen.

In Abbildung 6.2 ist besagte Likelihoodanpassung an simulierte z -Werte dargestellt. Es ist zu erkennen, dass bei der maximalen Punktdichte der simulierten z -Werte die Gaußkurve ihren maximalen Funktionswert erreicht. An den Ausläufern der Gaußkurve ist die deutlich geringer werdende Punktdichte zu sehen. Das eingezeichnete Histogramm dient lediglich der Verdeutlichung der Punktdichte, es hat für die Likelihoodanpassung keine Bedeutung mehr.

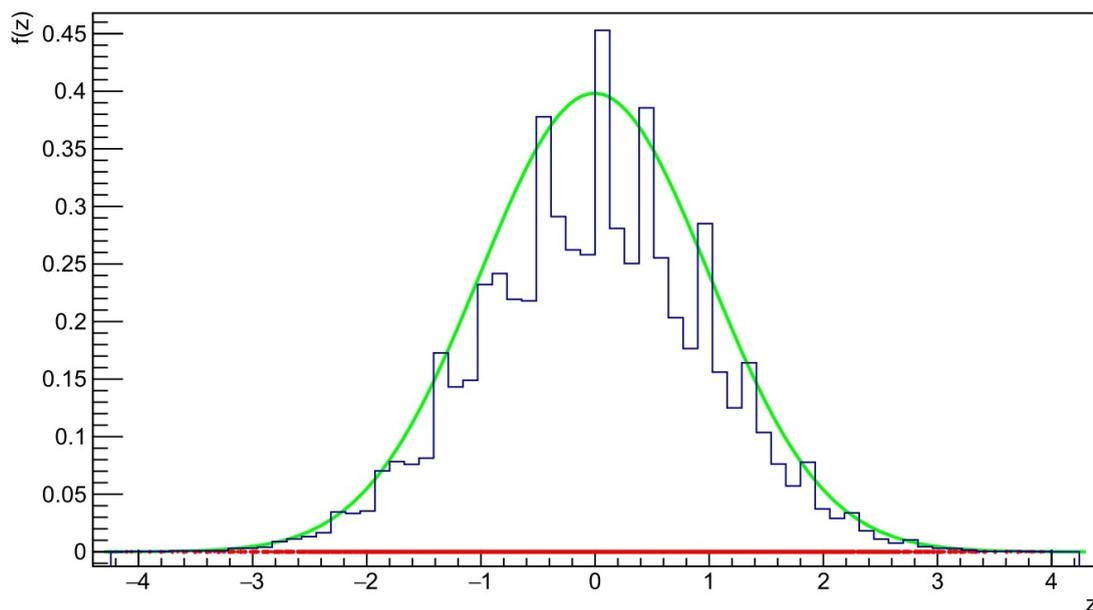


Abbildung 6.2.: Gaußanpassung an ungebinnte z -Werte; in Rot sind die z -Werte zu sehen, in Grün die angepasste Gaußkurve (μ : $-0,004304 \pm 0,00448$, σ : $1,001693 \pm 0,003168$).

6.3.2. Erzeugen der Referenzverteilungen

Die Referenzverteilungen werden für verschiedene Amplituden sowie für verschiedene Lagen des Dipolmaximums (Φ_D , Θ_D) durchgeführt. Es werden drei verschiedene Lagen der Dipolmaxima bei je dreizehn verschiedenen Amplituden simuliert. Die verschiedenen Amplituden lauten 0, 0,1%, 0,5%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7%, 8%, 9% und 10%. Die Lage der Dipolmaxima sind in Tabelle 6.2 und in Abbildung 6.3 dargestellt. Für jede dieser verschiedenen Dipollagen entstehen pro Amplitude je eine Θ - und eine Φ -Referenzverteilung.

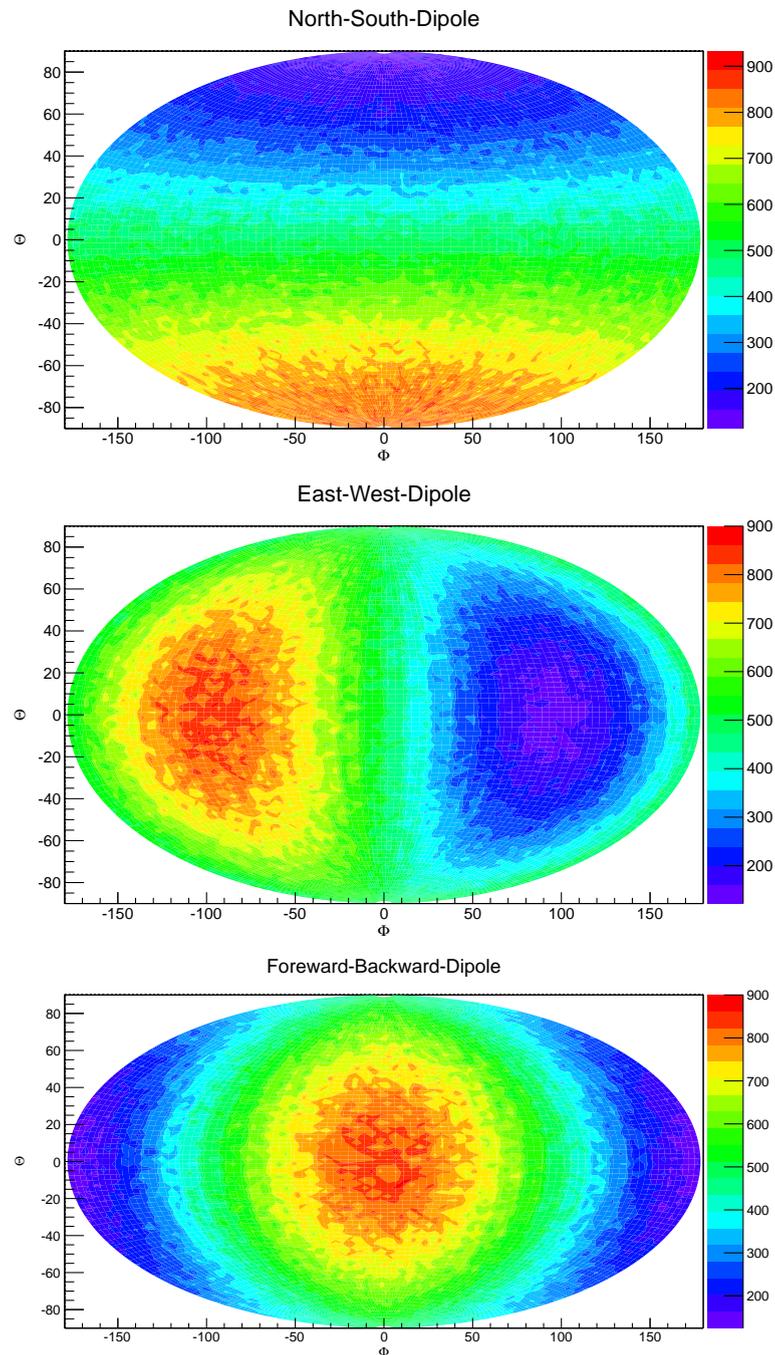


Abbildung 6.3.: Simulierte Dipole unterschiedlicher Lage mit großer Amplitude in der Hammer-Aitov-Projektion.

Tabelle 6.2.: Lage der simulierten Dipole.

Φ -Koordinate	Θ -Koordinate	Geografische Ausrichtung
1	0	Nord-Süd-Dipol
π	$\pi/2$	Ost-West-Dipol
0	$\pi/2$	Forward-Backward-Dipol

Beim Nord-Süd-Dipol steht die Achse des Dipols senkrecht zur galaktischen Scheibe. Beim Forward-Backward-Dipol liegt der Dipol in der galaktischen Scheibe und das Maximum des Dipols zeigt in Richtung des galaktischen Zentrums.

Projiziert enthält der Nord-Süd-Dipol das Dipolsignal in der Θ -Projektion, die beiden anderen Dipole enthalten das Signal in der Φ -Projektion. Die jeweiligen Projektionen ohne Signal werden nur zu Kontrollzwecken beibehalten, aber nicht genauer untersucht.

Bei der Erstellung der Referenzverteilungen kristallisiert sich eine weitere Eigenschaft des Run-Tests heraus. Sowohl der Ost-West-Dipol als auch der Forward-Backward-Dipol haben das Dipolsignal auf der Φ -Achse, diese Signale sind lediglich gegeneinander phasenverschoben. Wie in Tabelle 6.3 zu sehen ist, ist der Run-Test unempfindlich auf diese Phasenverschiebung bei kleinen Amplituden.

Tabelle 6.3.: Mittelwert der Gaußanpassungen für Ost-West- und Forward-Backward-Dipol, die Breite ist nährungsweise eins.

Amplitude	Ost-West-Dipol	Forward-Backward-Dipol
0	-0,00063	-0,00055
0,001	-0,00031	-0,00072
0,005	-0,00252	-0,00276
0,01	-0,01460	-0,02525
0,02	-0,04780	-0,04982
0,03	-0,11511	-0,11171
0,04	-0,20544	-0,19388
0,05	-0,31487	-0,34029
0,06	-0,45179	-0,45726
0,07	-0,61435	-0,63177
0,08	-0,79919	-0,78947
0,09	-0,99784	-1,00832
0,1	-1,22562	-1,21527

Folglich beschränkt sich die Produktion der Referenzverteilungen auf zwei möglich Dipollagen. Es werden Referenzverteilungen für den Ost-West-Dipol, wobei automatisch der Forward-Backward-Dipol abgedeckt ist, und den Nord-Süd-Dipol angefertigt. Für eine ausreichende Statistik werden die Referenzverteilungen für jede Amplitude aus 100.000 simulierten Karten gebildet und direkt, ohne in ein Histogramm gefüllt zu werden, an eine Gaußkurve angepasst. Die Referenzverteilungen sind in Tabelle B.1 - B.6 im Anhang zu sehen. In diesen Tabellen wird ersichtlich, dass nur in der Signalprojektionsachse die Mittelwerte der Referenzverteilungen von Null mit steigender Dipolstärke stärker abweichen. Durch diese Verschiebung wird deutlich, dass der eingestreuete Dipol mit steigender Amplitude eine wachsende Nichtzufälligkeit einstreut, welche durch den Run-Test erkannt wird. In der Projektionsachse ohne Signal sind jeweils nur statistische Fluktuationen der Mittelwerte der Referenzverteilungen um Null herum erkennbar.

In Tabelle 6.4 ist zu sehen, dass der Abstand der Referenzverteilungen zur „Ohne Dipol“-Referenzverteilung deutlich kleiner ist als der Abstand der Referenzverteilung in Kapitel 5.4 (vgl. Tabelle 5.3). Damit geht eine sinkende Genauigkeit einher, kleine Amplituden des Dipols zu erkennen. Dies liegt daran, dass in Kapitel 5.4 der Run-Test mit einer deutlich höheren Statistik durchgeführt wurde. In diesem Fall beträgt die Anzahl der Balken des Signifikanzhistogramms lediglich 400, in Kapitel 5.4 sind es 2160 Balken.

Durch den Integrationsvorgang entfernen sich die Referenzverteilungen voneinander; dies ergibt eine größere Genauigkeit. Es ist festzustellen, dass der Integrationsradius 5 Balken vor allem für die Überprüfung größerer Amplituden geeignet ist (ab 7%), wohingegen der Integrationsradius 10 Balken eher für kleine Amplituden von Vorteil ist.

Tabelle 6.4.: Abstand der Referenzverteilungen von der „Ohne Dipol“-Referenzverteilung in der Θ -Projektion bei einem Nord-Süd-Dipol.

Amplitude	Integrationsradius 0	Integrationsradius 5 Balken	Integrationsradius 10 Balken
0,001	0,0003	0,0018	0,0007
0,005	0,0048	0,0118	0,0213
0,01	0,0356	0,0721	0,0904
0,02	0,1230	0,2838	0,3658
0,03	0,2781	0,6117	0,7527
0,04	0,4995	1,0075	1,1805
0,05	0,7664	1,4501	1,6054
0,06	1,0893	1,8936	1,9676
0,07	1,4729	2,3128	2,2633
0,08	1,8851	2,6891	2,5006
0,09	2,3425	3,0185	2,6809
0,1	2,8272	3,2893	2,8273

Der Abstand der Referenzverteilungen von der „Ohne Dipol“-Referenzverteilung in der Φ -Projektion bei einem Ost-West-Dipol (vgl. Tabelle 6.5) ist deutlich kleiner als der Abstand der Referenzverteilungen in der Θ -Projektion bei einem Nord-Süd-Dipol. Dies kann daran liegen, dass in der Θ -Projektion bei einem Nord-Süd-Dipol nur die halbe Periode eines Sinus vorhanden ist, welches eine deutliche Struktur in dem Signifikanzhistogramm verursacht. In der Φ -Projektion bei einem Ost-West-Dipol ist die komplette Periode eines Sinus vorhanden. Daher wird eine deutlich geringere Struktur in dem Signifikanzhistogramm verursacht. Dieser Effekt schlägt sich in dem Abstand der Referenzverteilungen nieder.

In der Φ -Projektion steigt der Abstand der Referenzverteilungen zueinander ebenfalls durch Integration an. Hierbei gilt die Maßgabe, dass ein steigender Integrationsradius für alle Amplituden ein größeres Maß an Genauigkeit beschert. Der Integrationsradius 5 Balken wird trotzdem zu Kontrollzwecken beibehalten.

Tabelle 6.5.: Abstand der Referenzverteilungen von der „Ohne Dipol“-Referenzverteilung in der Φ -Projektion bei einem Ost-West-Dipol.

Amplitude	Integrationsradius 0	Integrationsradius 5 Balken	Integrationsradius 10 Balken
0,001	0,0003	0,0091	0,0063
0,005	0,0018	0,0078	0,0141
0,01	0,0139	0,0343	0,0438
0,02	0,0471	0,1238	0,1667
0,03	0,1144	0,2754	0,3609
0,04	0,2048	0,4675	0,6057
0,05	0,3142	0,7068	0,8862
0,06	0,4511	0,9657	1,1678
0,07	0,6137	1,2507	1,4566
0,08	0,7985	1,5399	1,7199
0,09	0,9972	1,8314	1,9623
0,1	1,2249	2,1128	2,1735

7. Anwendung des Run-Tests auf die gemessene Positronenverteilung des AMS-02

In diesem Kapitel wird der Run-Test exemplarisch auf die gemessene Positronen- und Protonenverteilung des AMS-02 Detektors angewendet, um eine mögliche Anisotropie in den Positronen zu überprüfen. Alternative Methoden wären der Vergleich zwischen Positronen- und Nicht-Anisotropiekarten.

7.1. Angewandter Likelihood-Ratio-Test

Da für die real erzeugten z -Werte verschiedene Amplituden in Betracht gezogen werden, muss für jede der simulierten Dipolhypothesen ein Likelihood-Ratio-Test durchgeführt werden. Dabei wird einmal jede Amplitude der Dipolhypothese als Nullhypothese angenommen und mit allen anderen Hypothesen als Alternativhypothesen verglichen. Die Entscheidungsgrenze hängt lediglich von der Nullhypothese ab (vgl. Kapitel 5.5.2) und wird nur für jede neue Nullhypothese berechnet.

Da die simulierten Referenzverteilungen zur Einordnung der realen Messwerte fehlerbehaftet sind, pflanzen sich diese auf den Likelihood-Ratio-Test fort. Dabei findet die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung Anwendung [40].

Die Referenzverteilungen sind Gaußkurven

$$f(H_0|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (7.1)$$

wobei die beiden Größen σ und μ unkorreliert und fehlerbehaftet sind. Das Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz lautet für diesen Fall

$$\sigma_{f(H_0|x)} = \sqrt{\left(\frac{\partial f(H_0|x)}{\partial \sigma}\right)^2 \cdot (\Delta\sigma)^2 + \left(\frac{\partial f(H_0|x)}{\partial \mu}\right)^2 \cdot (\Delta\mu)^2} \quad (7.2)$$

$$= f(H_0|x) \sqrt{\left(\frac{x-\mu}{\sigma^2}\right)^2 \cdot (\Delta\mu)^2 + \left(\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^3} - \frac{1}{\sigma}\right)^2 (\Delta\sigma)^2}. \quad (7.3)$$

Der Fehler auf das Loglikelihoodverhältnis wird analog fortgepflanzt:

$$\sigma_L = \sqrt{\left(\frac{1}{f(H_0|x)}\right)^2 \cdot \sigma_{f(H_0|x)}^2 + \left(\frac{1}{f(H_1|x)}\right)^2 \cdot \sigma_{f(H_1|x)}^2}. \quad (7.4)$$

Die Ermittlung des Fehlerbereichs ist wichtig, um einschätzen zu können, ob ein Ergebnis des Likelihood-Ratio-Tests signifikant ist.

7.2. Methodischer Gegentest

Um die Richtigkeit der Ergebnisse des Run-Tests auf die kosmische Strahlung zu analysieren, wird für die Anwendung ein methodischer Gegentest durchgeführt. Zu diesem Zweck werden künstlich erzeugte Positron-Nicht-Anisotropiekarten sowohl als Referenzkarten als auch als Signalkarten benutzt. Es werden zwei ähnliche Karten ohne Dipolsignal miteinander verglichen und somit eine gefälschte Isotropiekarte erzeugt.

Wie in Kapitel 6.2 beschrieben, werden die einzelnen Karten auf die Θ - und Φ -Achse projiziert und daraus die Signifikanzhistogramme erzeugt. Für die integrierten Fälle werden die einzelnen Projektionen vor dem Berechnen der Signifikanzen integriert. Die Signifikanzhistogramme werden mit dem Run-Test überprüft. Der Vorgang wird mit verschiedenen Positron-Nicht-Anisotropiekarten tausend Mal durchgeführt. Die dabei entstehenden z -Werte werden in eine Liste sortiert. Für die mittleren 95% der z -Werte wird das Log-Likelihoodverhältnis gebildet, mit der isotropen Referenzverteilung als Nullhypothese und den Referenzverteilungen, die Anisotropien mit verschiedenen Amplituden repräsentieren, als Alternativhypothesen.

In den Abbildungen 7.1 und 7.2 repräsentiert jede grüne Linie eine Signifikanzkarte mit gefälschtem Isotropiesignal. Die jeweilige Signifikanzkarte wird mit dem Run-Test untersucht und ergibt den Testwert z_0 . In den Abbildungen sind für jede Karte die Verhältnisse

$$\log(\Lambda) = \text{Log} \left(\frac{f(H_0|z_0)}{f(H_1|z_0)} \right) \quad (7.5)$$

ingezeichnet. Zur Referenz wird die 95%-Annahmelinie (Signifikanzniveau 5%) eingezeichnet. Liegen die Werte oberhalb dieser Kurve, wird die Hypothese angenommen; liegen diese darunter, wird sie abgelehnt.

Es wird erwartet, dass die Likelihood-Ratio-Werte der gefälschten Isotropiekarten oberhalb der Annahmelinie liegen. Kommt es dennoch, beispielsweise durch Überlappung der Referenzverteilungen, zu einer Ablehnung der gefälschten Isotropiekarten, wird dies als Rauschen bezeichnet. Dieses Rauschen kann als Fehler erster Art angesehen werden, da die Nullhypothese fälschlicherweise abgelehnt wird.

In Abbildung 7.2 ist zu sehen, dass teilweise die künstlichen Isotropiesignale eine Ablehnung der Nullhypothese in der Θ -Koordinate verursachen können. Dies ist in der Φ -Koordinate nicht möglich (vgl. Abb. 7.1). Durch den Integrationsvorgang kann dieses Rauschen in der Θ -Koordinate beseitigt werden.

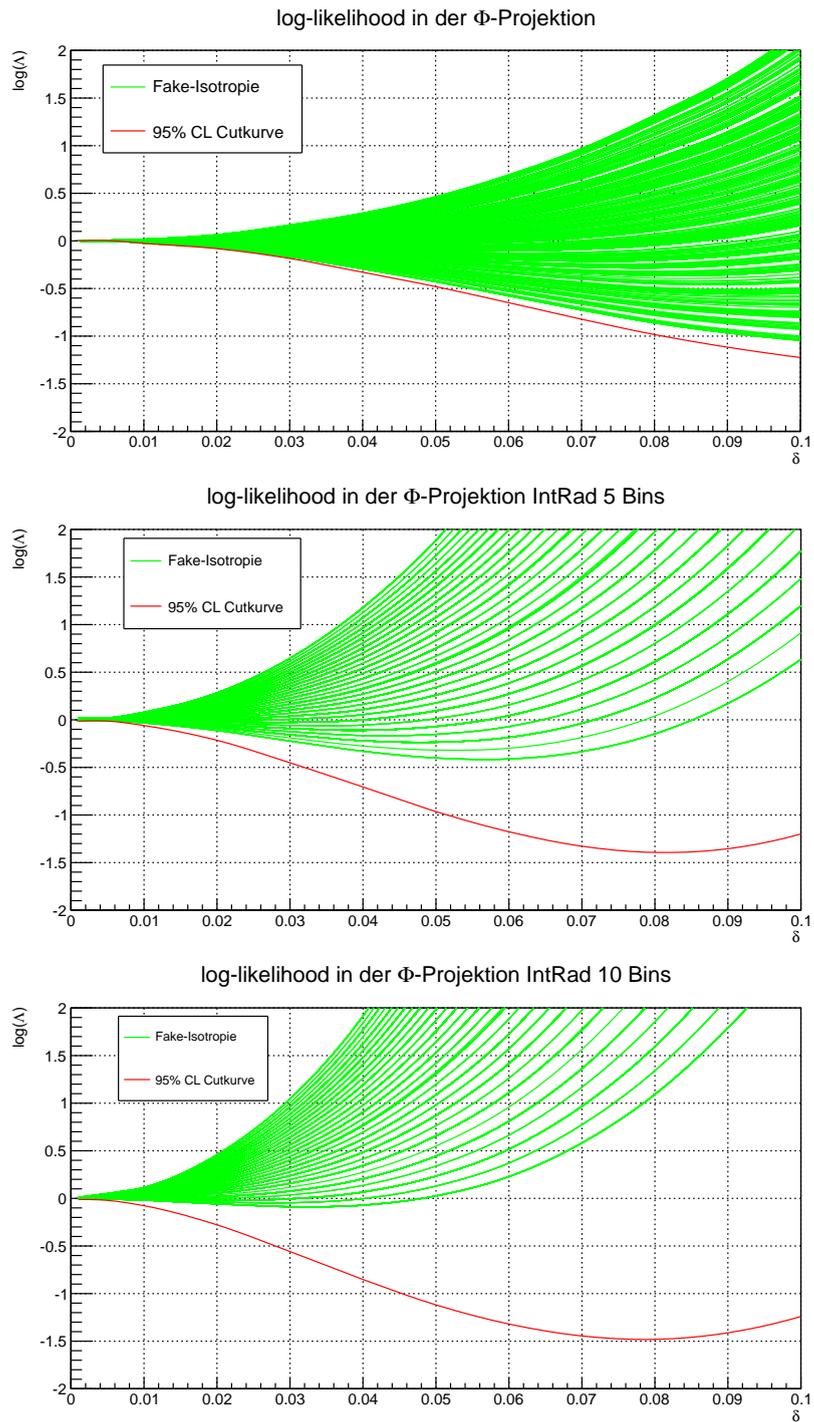


Abbildung 7.1.: Künstliche Isotropiesignale im Vergleich mit der 95%-CL-Ausschlusskurve in der Φ -Projektion.

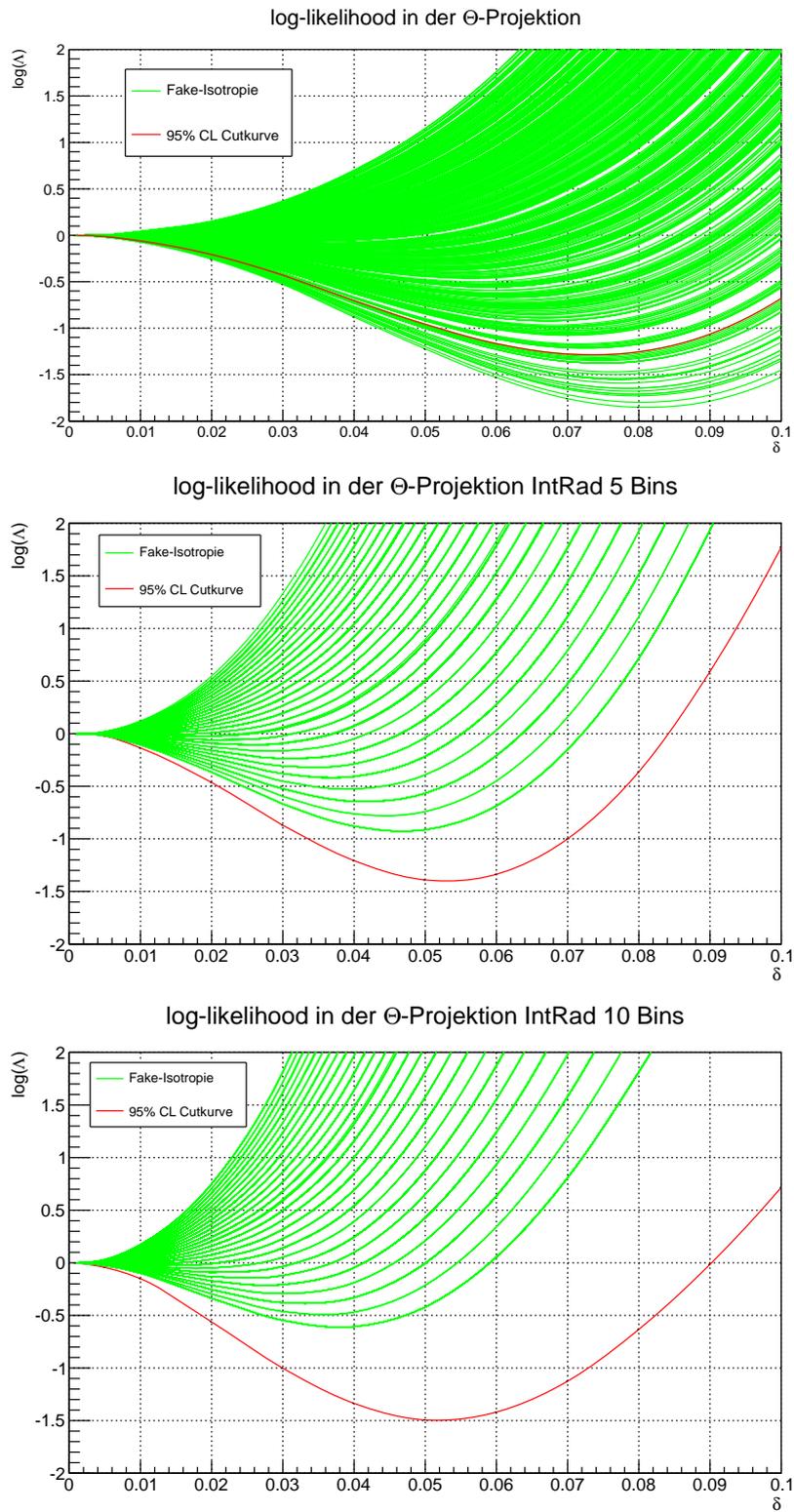


Abbildung 7.2.: Künstliche Isotropiesignale im Vergleich mit der 95%-CL-Ausschlusskurve in der Θ -Projektion.

7.3. Anwendung Run-Test

Für die Anwendung des Run-Tests werden alle in dem Energiebereich 16 bis 350 GeV durch AMS-02 gemessenen Positronen und Protonen verwendet. Die Protonen stellen die Referenzkarte, die Positronen die Signalkarte dar. Da die gemessenen Protonen mit 101.626.522 ein deutliches Vielfaches der gemessenen Positronen mit 37.181 sind, wird in Formel 5.1 α auf das Verhältnis der Positronen zu den Protonen, nämlich $\alpha = 3,66 \cdot 10^{-7}$ gesetzt. Die Positronenereignisse und Protonenereignisse sind in Abbildung 7.3 als zweidimensionales Histogramm zu sehen. Zur Anschauung wurde ein zweidimensionales Signifikanzhistogramm (vgl. Abb. 7.4) erstellt, welches für die tatsächliche Berechnung allerdings nicht von Belang ist.

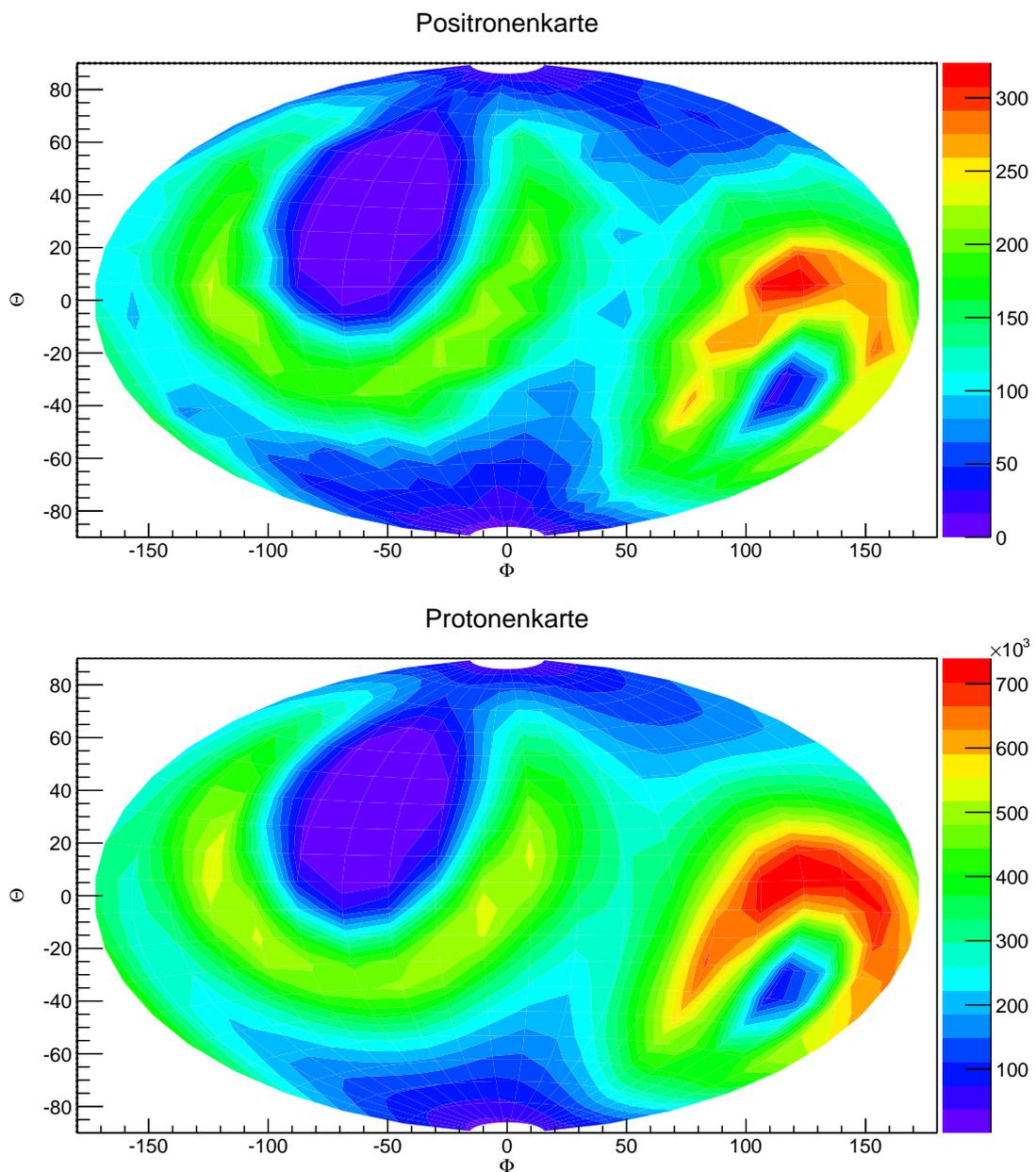


Abbildung 7.3.: Positronen- und Protonenereignisse im Energiebereich 16-350 GeV in der Aitoff-Projektion.

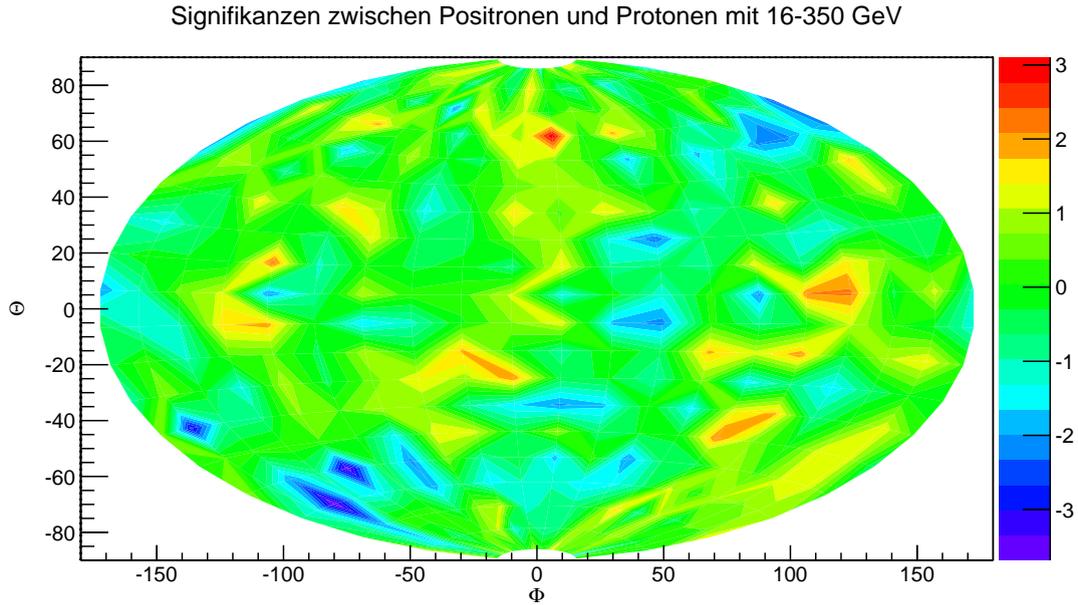


Abbildung 7.4.: Signifikanzkarte in der Aitoff-Projektion.

Die Positronen und Protonen werden, wie in Kapitel 6.2 beschrieben, jeweils auf die Φ - und Θ -Achse projiziert (vgl. Anhang C.4). Im nicht-integrierten Fall werden direkt aus den Projektionen die beiden Signifikanzhistogramme berechnet. Für den integrierten Fall wird vor dem Berechnen der Signifikanzhistogramme die Integration ausgeführt. Die Signifikanzhistogramme werden anschließend jeweils mit dem Run-Test überprüft. Die Ergebnisse des Run-Tests sind in Tabelle 7.1 zu sehen, die Signifikanzhistogramme in Abbildung C.5 - C.6 im Anhang.

Diese Vorgehensweise ist physikalisch gesehen nicht exakt, da für eine genauere Vorgehensweise zuerst die Integration im zweidimensionalen Fall hätte stattfinden müssen. Anschließend hätte die Signifikanzkarte im zweidimensionalen Fall ausgerechnet werden müssen, um abschließend die Signifikanzen zu projizieren. Da die Monte-Carlo-Studie mit zuerst genannter Reihenfolge durchgeführt wurde, wird an diesem Verfahren weiter festgehalten. Für eine erste Anwendbarkeitsstudie wird erwartet, dass der dadurch erzeugte Fehler sich auf ein Minimum beschränkt. Es muss allerdings berücksichtigt werden, dass die physikalische Aussagekraft im Folgenden dadurch verfälscht werden kann.

Tabelle 7.1.: Prüfwerte z des Run-Tests auf die gemessene Positronenverteilung.

Integrationsradius	Φ -Projektion	Θ -Projektion
0 Balken	-0,400502	0,600753
5 Balken	-16,6208	-14,7185
10 Balken	-17,4218	-16,2203

In Abbildung 7.5 sind die z -Werte für den nicht-integrierten Fall in Verbindung zu den jeweiligen Referenzverteilungen gesetzt. Die nicht eingezeichneten Referenzverteilungen befinden sich von der Lage her zwischen der Referenzverteilung ohne Dipol und der Referenzverteilung mit 10%-Dipol. In dieser Abbildung ist bereits zu erkennen, dass der z -Wert auf der Φ -Achse eher einem Dipolsignal zuzuordnen ist, wohingegen auf der Θ -Achse der z -Wert eher aus einer isotropen Verteilung stammt. Eine ausführliche Analyse findet in Kapitel 7.3.1 und 7.3.2 statt.

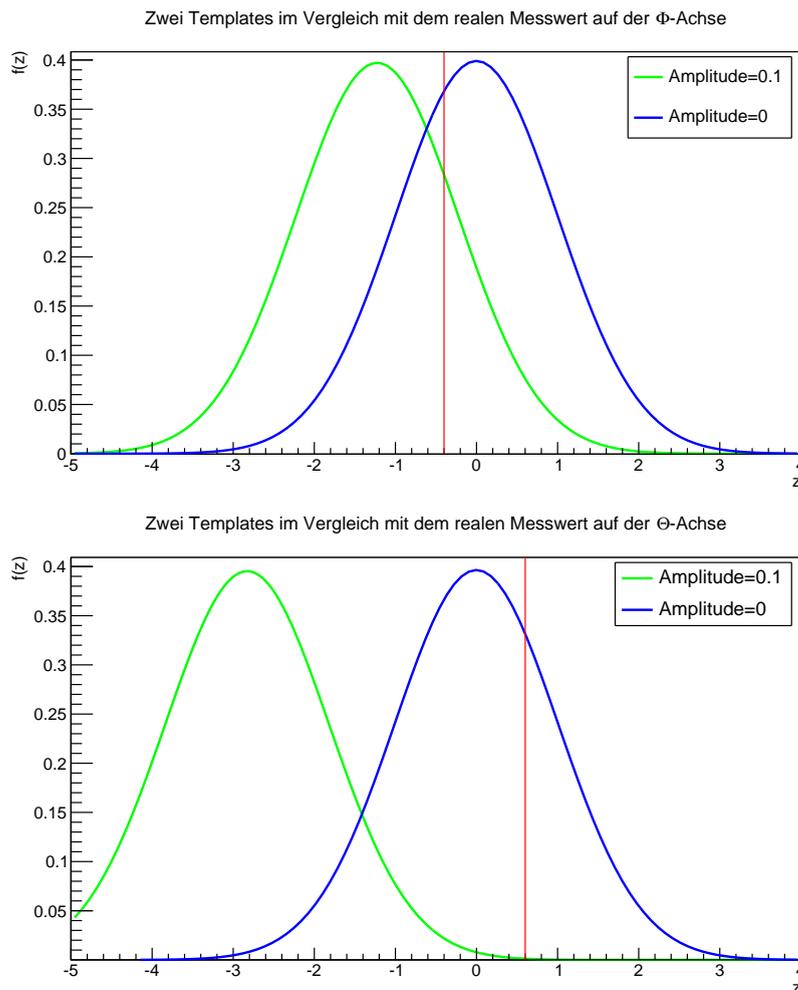


Abbildung 7.5.: Gemessene z -Werte (rot) in Verbindung mit den jeweiligen Referenzverteilungen.

7.3.1. Analyse Φ -Projektion

Zur Analyse wird ein Log-Likelihood-Ratio-Test durchgeführt (Signifikanzniveau $\alpha = 5\%$), wobei jede Hypothese gegen jede weitere Hypothese getestet wird. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für den Hypothesentest für die verschiedenen Amplituden sind durch die Referenzverteilungen aus Kapitel 6.3.2 bereits gegeben.

Das Ergebnis wird in tabellarischer Form dargestellt (vgl. Tabelle 7.2). Dabei sind horizontal die Alternativhypothesen aufgetragen, senkrecht die Nullhypothesen. J bedeutet in dem betroffenen Feld, dass die Nullhypothese beibehalten wird, bei N wird diese abgelehnt. Ist hinter dem Buchstaben ein F angehängt, bedeutet dies, dass sich die anlog zu Kapitel 7.1 berechneten Fehler der Entscheidungsgrenze und des aktuellen Test-Wertes überschneiden. Zur optischen Übersicht werden nicht-signifikante Entscheidungen in Gelb, beibehaltene Nullhypothesen in Grün und abgelehnte Nullhypothesen in Rot dargestellt. In Tabelle 7.2 wird beispielsweise die Nullhypothese „Ohne Dipol“ gegenüber der Alternativhypothese „5 Promille Dipol“ abgelehnt. Diese Ablehnung ist nicht signifikant.

Generell kann zu Tabelle 7.2 gesagt werden, dass kaum Hypothesen ausgeschlossen werden. Häufig liegen der Entscheidungswert und der aktuelle Test-Wert so nah beieinander, dass sich die Fehlerbereiche überschneiden. Die Entscheidungen sind also nicht signifikant. Zwei Hypothesen werden abgelehnt: die „Ohne Dipol“- und „1 Promille Dipol“-Nullhypothese jeweils gegenüber der „5 Promille Dipol“-Alternativhypothese. Dies kann allerdings der

Tatsache geschuldet sein, dass sich hierbei die Referenzverteilungen und somit auch der Fehlerbereich stark überlappen.

Tabelle 7.2.: Φ -Projektion für Integrationsradius 0 Balken.

$H_0 H_1$	0	0,001	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0	J	NF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,001	J	NF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,005	J	J	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,01	JF	JF	J	JF	JF								
0,02	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,03	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,04	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,05	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,06	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,07	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,08	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,09	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,1	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF

Bei steigendem Integrationsradius (vgl. Tabelle 7.3) ist zu beobachten, dass einige Hypothesen abgelehnt werden. Bis einschließlich der 4%-Dipol-Referenzverteilung werden alle Nullhypothesen abgelehnt, solange die Alternativhypothese eine höhere Amplitude vorweist. Diese Ablehnung geschieht ohne Überschneidung der Fehlerbereiche, ist also signifikant. Beträgt der Integrationsradius 5 Balken, ist die Zahl der Ablehnungen am größten. Bei steigendem Integrationsradius geht diese Zahl wieder zurück, ist allerdings immer noch vorhanden (vgl. Tabelle 7.4). Für einen Dipol sollte die Zahl der Ablehnungen mit steigendem Integrationsradius zunehmen. Daher sind diese Ablehnungen augenscheinlich fehlerhaft.

Um die fehlerhaften Ablehnungen erklären zu können, gibt es zwei Möglichkeiten. Zum einen kann es sich um ein Rauschen, also einen Fehler erster Art handeln, auf der anderen Seite kann der in Kapitel 7.3 angesprochene Projektionsfehler dafür verantwortlich sein. Ein Rauschen, das heißt, dass die „Ohne Dipol“-Hypothese fälschlicherweise verworfen wird, ist laut den Ergebnissen von Kapitel 7.2 in der Φ -Projektion ausgeschlossen. Der in Kapitel 7.3 angesprochene Projektionsfehler kann in diesem Fall für die Ablehnungen verantwortlich sein. Eine Überprüfung dieser Hypothese würde eine neue Simulation nach sich ziehen, die im Rahmen dieser Bachelorarbeit zu aufwendig wäre. Aus diesem Grund wird der Ursprung der fehlerhaften Ablehnungen nicht weiter verfolgt.

Tabelle 7.3.: Φ -Projektion, Integrationsradius 5 Balken.

$H_0 H_1$	0	0,001	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0	NF	NF	NF	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
0,001	J	J	NF	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
0,005	J	J	NF	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
0,01	JF	JF	JF	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
0,02	JF	JF	JF	JF	N	N	N	N	N	N	N	N	N
0,03	JF	JF	JF	JF	JF	N	N	N	N	N	N	N	N
0,04	JF	JF	JF	JF	JF	JF	N	N	N	N	N	N	N
0,05	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	J	J	J	J	J	J
0,06	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,07	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,08	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,09	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,1	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF

Tabelle 7.4.: Φ -Projektion, Integrationsradius 10 Balken.

H_0 H_1	0	0,001	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0		NF	NF	NF	NF	NF	N	N	N	N	N	N	N
0,001	J		J	NF	NF	NF	NF	N	N	N	N	N	N
0,005	JF	JF		NF	NF	NF	NF	N	N	N	N	N	N
0,01	JF	JF	JF		J	J	J	J	J	J	JF	JF	JF
0,02	JF	JF	JF	JF		JF	JF						
0,03	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,04	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,05	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF
0,06	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF
0,07	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF
0,08	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF
0,09	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF
0,1	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	

7.3.2. Analyse Θ -Projektion

Im Vergleich zur Analyse der Φ -Projektion können in der Analyse der Θ -Projektion einige Nullhypothesen bereits im nicht-integrierten Fall ausgeschlossen werden (vgl. Tabelle 7.5). Die Ablehnung der „Ohne Dipol“-Nullhypothese gegenüber der „1 Promille Dipol“-Alternativhypothese kann eine fehlerhafte Entscheidung sein (vgl. Kapitel 7.2), da dies in der Θ -Projektion vorkommen kann. Diese Theorie wird dadurch gestützt, dass die nicht-signifikante Ablehnung durch den Integrationsvorgang zu einer signifikanten Beibehaltung der Nullhypothese wird (vgl. Tabelle 7.6 und Tabelle 7.7). Folglich kann davon ausgegangen werden, dass die Ablehnung im nicht-integrierten Fall eine fehlerhafte Entscheidung war.

Die Ablehnungen der „5 Promille Dipol“-Nullhypothese gegenüber der „Ohne Dipol“-Alternativhypothese und der „1 Promille Dipol“-Alternativhypothese sind analog zu betrachten, da die Entscheidungen ebenfalls nicht signifikant sind.

Tabelle 7.5.: Θ -Projektion, Integrationsradius 0 Balken.

H_0 H_1	0	0,001	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0		NF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,001	J		JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,005	NF	NF		JF	JF								
0,01	JF	JF	JF		JF	JF							
0,02	JF	JF	JF	JF		JF	JF						
0,03	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,04	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,05	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF
0,06	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	J		JF	JF	JF	JF
0,07	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF	JF	JF
0,08	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF	JF
0,09	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF
0,1	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	

Es können in Tabelle 7.5 weitere Ablehnungen der Nullhypothese erkannt werden. Ab einer Dipolamplitude von 7% wird die Nullhypothese stets abgelehnt, solange die Alternativhypothese eine kleinere Dipolstärke vorweist. Eine Beibehaltung der Nullhypothese findet lediglich gegenüber stärkeren Dipolstärken statt. Aus diesem Grund kann im nicht integrierten Fall bereits angenommen werden, dass die Dipolstärke in der Θ -Komponente nicht stärker als 7% sein kann, da diese Ablehnungen signifikant sind und durch den Integrationsvorgang nicht verschwinden.

Für steigenden Integrationsradius wird diese Obergrenze weiter gedrückt (vgl. Tabelle 7.6 und Tabelle 7.7). Das Ergebnis bleibt das Gleiche: die Nullhypothese wird stets abgelehnt, solange die Alternativhypothese eine kleinere Dipolstärke vorweist. Dieser Effekt beginnt bei höheren Integrationsradien allerdings bereits ab einer Dipolstärke von 6%. Somit kann die Obergrenze auf die Amplitude in Nord-Süd-Richtung durch den Integrationsvorgang um 1% gedrückt werden.

Tabelle 7.6.: Θ -Projektion, Integrationsradius 5 Balken.

H_0 H_1	0	0,001	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0		J	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,001	NF		J	JF	JF								
0,005	JF	JF		JF	JF								
0,01	JF	JF	JF		JF	JF							
0,02	JF	JF	JF	JF		JF	JF						
0,03	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,04	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,05	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF
0,06	N	N	N	N	N	N	N	N		JF	JF	JF	JF
0,07	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF	JF	JF
0,08	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF	JF
0,09	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF
0,1	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	

Tabelle 7.7.: Θ -Projektion, Integrationsradius 10 Balken.

H_0 H_1	0	0,001	0,005	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1
0		J	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,001	NF		J	JF	JF								
0,005	JF	JF		JF	JF								
0,01	JF	JF	JF		JF	JF							
0,02	JF	JF	JF	JF		JF	JF						
0,03	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,04	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF	JF
0,05	JF	JF	JF	JF	JF	JF	JF		JF	JF	JF	JF	JF
0,06	N	N	N	N	N	N	N	N		JF	JF	JF	JF
0,07	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF	JF	JF
0,08	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF	JF
0,09	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N		JF
0,1	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	

8. Schlussfolgerungen

In dieser Arbeit wurde mit Hilfe von verschiedenen Monte-Carlo-Simulationen gezeigt, dass der Run-Test durchaus ein geeignetes Instrument ist, um Dipole mit kleinen Amplituden zu erkennen. Ausgehend von den Simulationsergebnissen wurde der Run-Test auf die durch den AMS-02 Detektor gemessenen Positronen angewandt. Dabei konnte im Positronenfluss in der Φ -Projektion leider keine maximale Dipolstärke auf einen möglichen Dipol festgestellt werden, in der Θ -Projektion konnte diese Obergrenze auf 6% festgelegt werden. Die Auswertungen in Kapitel 7 zeigen, dass Entscheidungen häufig nicht signifikant getroffen werden können. Dieser Sachverhalt beschreibt die Beschränktheit des Run-Testes für sehr kleine Amplituden, die nur durch eine größere Statistik verbessert werden kann.

Die Untersuchung mit Hilfe des Run-Tests birgt noch Verbesserungspotential. Mit zunehmender Messdauer und gemessenen Ereignissen wird eine höhere Genauigkeit möglich sein, da die projizierten Histogramme über eine größere Balkenzahl verfügen.

Die Projektionsmethoden können ebenfalls noch weiterentwickelt werden. Anstatt auf die Φ - und die Θ -Koordinatenachse zu projizieren, könnte eine rotierende Achse eingeführt werden, die in infinitesimal kleinen Schritten eine Minimierung der Prüfgröße z des Run-Tests durchführt. Am Punkt des minimalen z -Wertes ist eine Anisotropie statistisch gesehen am Größten. Dies ist automatisch eine mögliche Dipolachse. Ein weiterer Vorteil dieser beweglichen Achse wäre, dass die Richtungsinformation über den Dipol erhalten bleibt. Die Einführung einer solchen rotierenden Achse sowie die Produktion der dazugehörigen Referenzverteilungen würde im Rahmen dieser Arbeit zu umfangreich werden.

Ob der Run-Test jemals die Genauigkeit der derzeit gängigen Methode der Multipolanalyse erreichen kann, ist kritisch zu sehen. In dieser Vorstudie der Anwendbarkeit des Run-Tests wurde auf einen möglichen Nord-Süd-Dipol eine Obergrenze von 6% festgestellt, auf andere Richtungen konnten keine weitere Obergrenzen festgestellt werden. Der Vorteil der Multipolanalyse ist, dass diese einerseits deutlich genauer ist, da eine Obergrenze auf einen Dipol, unabhängig von der Ausrichtung, auf 3% publiziert werden kann [31]. Andererseits geht bei der Multipolanalyse nicht die Richtungsinformation verloren, die für weitere Untersuchungen elementar wichtig ist. Sollte ein Dipol gefunden werden, können in Richtung des Maximums Untersuchungen auf Pulsare als Quelle stattfinden. Es bleibt festzuhalten, dass der Run-Test jedoch ein geeignetes Werkzeug ist, um eine Gegenprobe zu dem Ergebnis einer Multipolanalyse durchzuführen.

Zukünftige Messungen des AMS-02 Detektors können gespannt verfolgt werden. Durch die steigende Statistik werden die Analyseverfahren sensitiver auf eventuelle Anisotropien, die genauer untersucht werden können. Parallel dazu können weitere Fortschritte am Large Hadron Collider zum Thema der Supersymmetrie wichtige Hinweise für die Auswertungen der Messwerte des AMS-02 Detektors liefern und eventuell den Energiebereich eingrenzen.

Literaturverzeichnis

- [1] GRUPEN, Claus: *Astroparticle Physics*. 1. Ed. Berlin [u.a.] : Springer, 2005
- [2] KOLANOSKI, Hermann: *Einführung in die Astroteilchenphysik*. 2009 <http://www-zeuthen.desy.de/~kolanosk/astro0910/skripte/astro.pdf>
- [3] WIKIPEDIA: 2011 http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/89/STS-134_the_starboard_truss_of_the_ISS_with_the_newly-installed_AMS-02.jpg
- [4] DEBOER, Wim: *AMS-02, ein Raumfahrtexperiment auf der Internationalen Raumstation zur Suche nach dunkler Materie*. 2013 http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~deboer/html/Talks/AstronomischeVereinigungKA_short.pdf
- [5] NASA: *The Alpha Magnetic Spectrometer*. 2015 <http://ams.nasa.gov/>
- [6] SCHAEEL, Stefan: *AMS Experiment on the ISS*. 2007 http://www1b.physik.rwth-aachen.de/~schael/AMS_files/Pra%CC%88sentation1.jpg
- [7] WIKIPEDIA: *Spiegelladung*. 2015 <http://de.wikipedia.org/wiki/Spiegelladung#mediaviewer/File:Spiegelladung.svg>
- [8] AMS-02: *The TRD*. 2011 <http://www.ams02.org/what-is-ams/tecnology/trd/>
- [9] AMS-02: *The Time-of-Flight*. 2011 <http://www.ams02.org/what-is-ams/tecnology/tof/>
- [10] AMS-02: *The Magnet*. 2011 <http://www.ams02.org/what-is-ams/tecnology/magnet/>
- [11] AMS-02: *The Silicon Tracker*. 2011 <http://www.ams02.org/what-is-ams/tecnology/tracker/>
- [12] WIKIPEDIA: *Tscherenkow-Strahlung*. 2014 <http://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Cherenkov.svg>
- [13] AMS-02: *The RICH*. 2011 <http://www.ams02.org/what-is-ams/tecnology/rich/>
- [14] AMS-02: *The ECAL*. 2011 <http://www.ams02.org/what-is-ams/tecnology/ecal/>
- [15] AMS-02: *The Anti-Coincidence Counter*. 2011 <http://www.ams02.org/what-is-ams/tecnology/acc/>
- [16] GEBAUER, Iris ; WEINREUTER, Matthias: *Einflüsse der lokalen Blase auf die Anisotropie kosmischer Leptonenflüsse*. 2014 http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~mweinreuter/DPG14_MWeinreuter.pdf
- [17] *Galactic Case for Dark Matter*. 2015 <http://www.learner.org/courses/physics/visual/visual.html?shortname=andromeda>

- [18] DREXLIN, Guido: *Vorlesung: Astroteilchenphysik I*. 2015 https://neutrino.ikp.kit.edu/personal/drexlin/data/_uploaded/file/ATP1/AT10.pdf
- [19] SPRINGEL, Volker: *Virgo-Simulation kosmischer Strukturentstehung*. 2007 <http://www.weltderphysik.de/gebiet/theorie/strukturentstehung-im-universum>
- [20] SPRINGEL, Volker: *Supercomputer Simulationen der Entstehung der Galaxien und der ersten Quasare*. 2005 <http://www.mpg.de/870356/pdf.pdf>
- [21] SPRINGEL, Volker: *Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars*. 2005 <http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/presse/>
- [22] *Standard Model and SUSY-Particles*. 2013 <http://www.quantumdiaries.org/wp-content/uploads/2012/12/SM-SUSY-diagram.jpg>
- [23] PERKINS, Donald H.: *Particle astrophysics*. repr. (with Corr.). Oxford [u.a.] : Oxford Univ. Press, 2005 (Oxford master series in physics ; 10 : Particle physics, astrophysics and cosmology)
- [24] STEFANIAK, Tim ; MAHMOUDI, Nazila: *Neutralino annihilation process in the minimal supergravity model*. 2008 <http://arxiv.org/pdf/0806.2214v1.pdf>
- [25] THE ASTRONOMIST: *Dark Matter Confronts Observations*. 2010 <http://theastronomist.fieldofscience.com/2010/05/dark-matter-confronts-observations.html>
- [26] AMS-02 MILANO BICOCCA: 2015 <http://hpamsmi2.mi.infn.it/~wwwams/rigidity.html>
- [27] SMART, D. ; SHEA, M.: 2004 http://engineering.dartmouth.edu/~d76205x/research/Shielding/docs/Smart_06.pdf
- [28] KORRESPONDENZ INNERHALB DER ARBEITSGRUPPE: 2015
- [29] MERX, Carmen: *Nicht-Anisotropie- und Datenkarte*. 2015
- [30] THE FERMI LAT COLLABORATION: *Searches for Cosmic-Ray Electron Anisotropies with the Fermi Large Area Telescope*. 2011 <http://arxiv.org/pdf/1008.5119v3.pdf>
- [31] CAUSUS, Jorge: *Determination of the positron anisotropy with AMS*. 2013
- [32] TREIBER, Martin: *Vorlesung: Statistik 1*. 2010 http://www.vwi.tu-dresden.de/~treiber/statistik1/statistik_download/fohlen1.pdf
- [33] BRANDT, Siegmund: *Datenanalyse für Naturwissenschaftler und Ingenieure : Mit statistischen Methoden und Java-Programmen*. 5. Aufl. 2013. Berlin, Heidelberg : Springer Spektrum, 2013
- [34] 2015 http://elearning.tu-dresden.de/versuchsplanung/content/e35/e2861/e2862/e2933/zsh_alpha_beta_jpeg.bmp
- [35] HUSEMANN, Ulrich: *Vorlesung: Moderne Methoden der Datenanalyse*. 2014 <https://studium.kit.edu/sites/vab/0xc23c6e426916784b9d7afe8d3b2b761a/Vorlesungsunterlagen/V6-Hypothesentests.pdf>
- [36] NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY: *Runs Test for Detecting Non-randomness*. 2015 <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35d.htm>
- [37] LI, Ti-Pei ; MA, Yu-Qian: *Analysis Methods For Results In Gamma-Ray-Astronomy*. 1983 <http://adsabs.harvard.edu/full/1983ApJ...272..317L>

-
- [38] NATIONAL INSTITUTE OF STANDARDS AND TECHNOLOGY: *Kolmogorov-Smirnov Goodness-of-Fit Test*. 2015 <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35g.htm>
- [39] COWAN, Glen: *Statistical Data Analysis*. Oxford University Press, Oxford, 1998
- [40] BLÜM, Peter: 2002 <http://www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~simonis/praktikum/allgemeines/script-Fehleranalyse.pdf>

Anhang

A. Projektion verschiedener Dipole

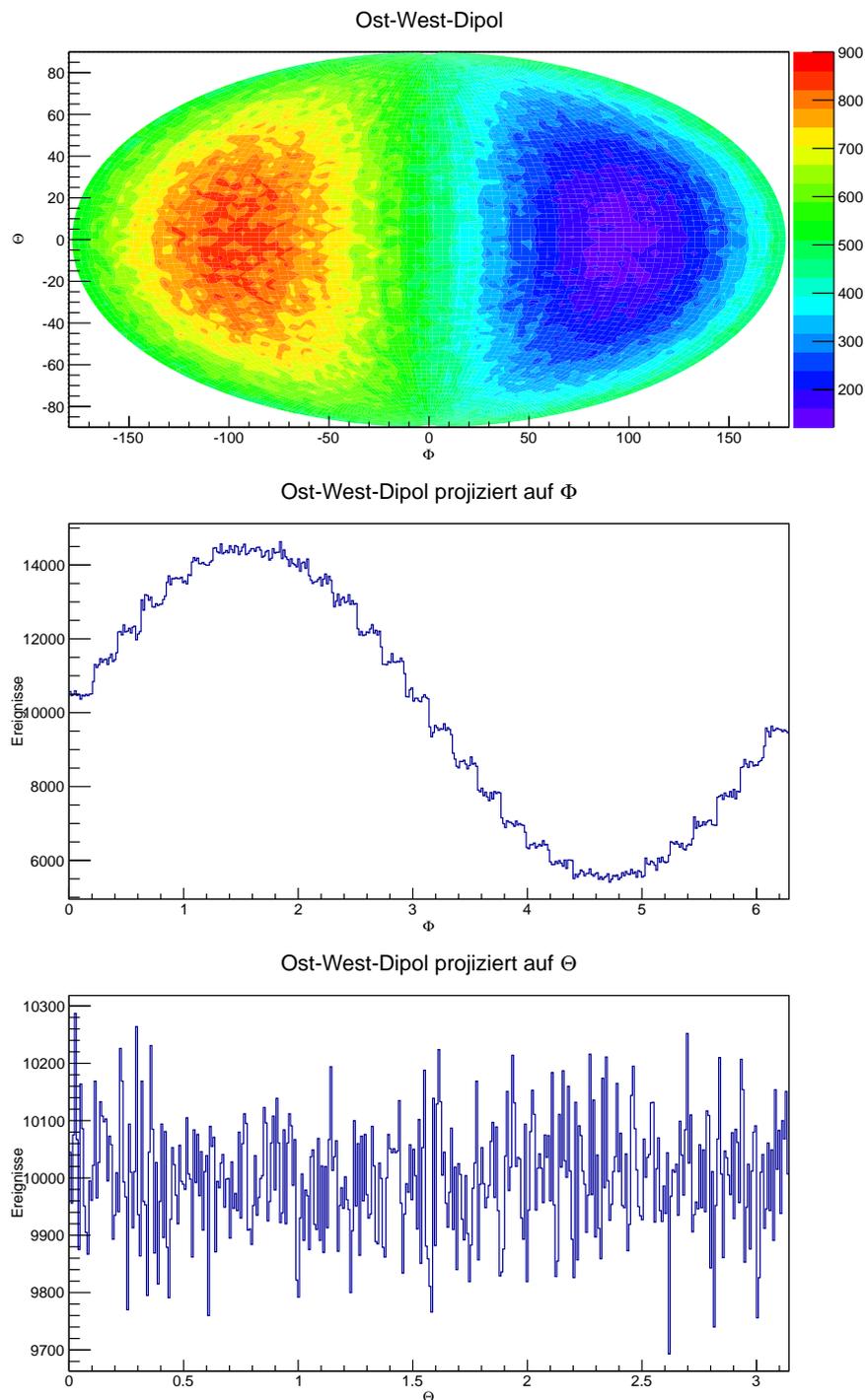
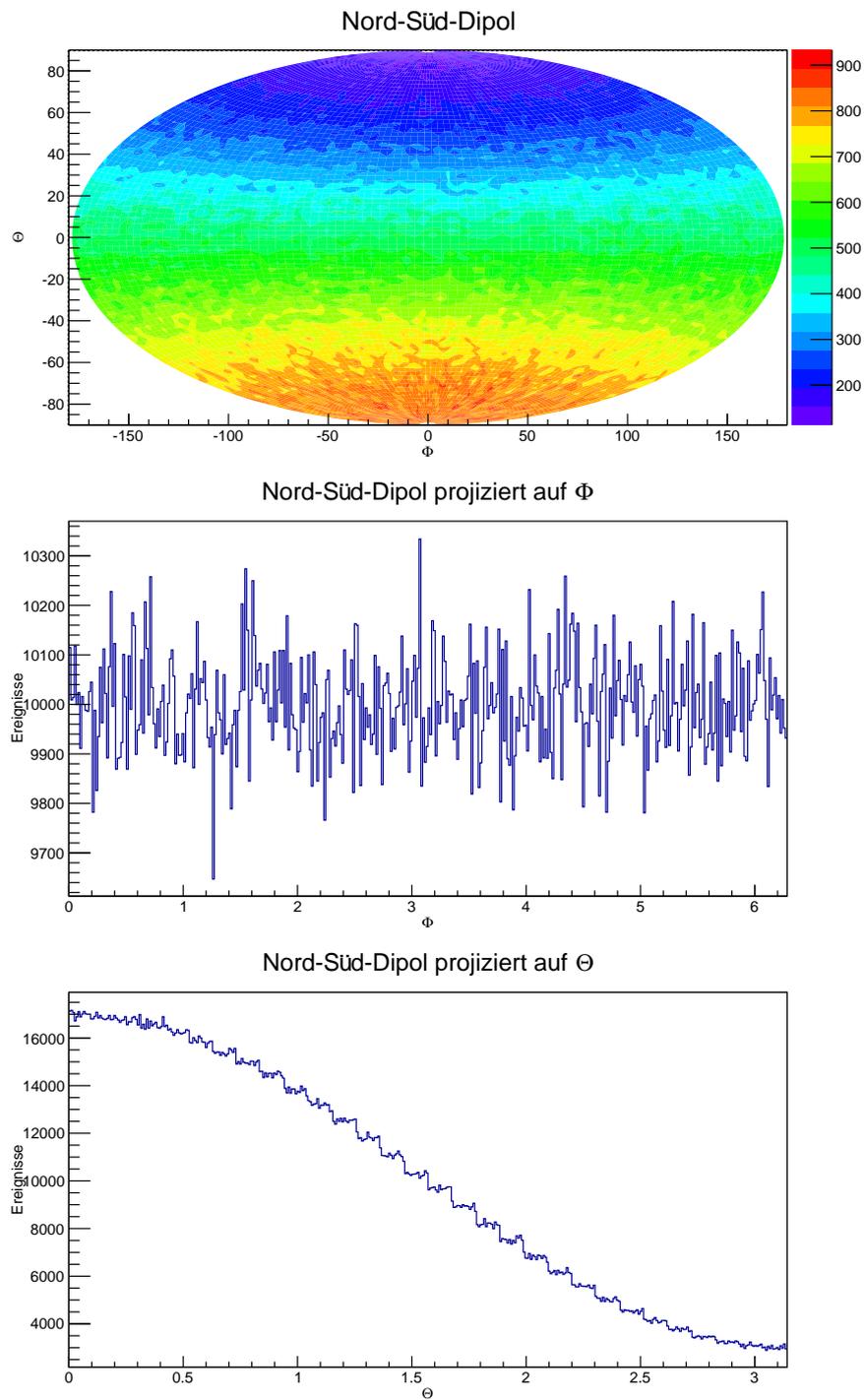


Abbildung A.1.: Projektion eines Ost-West-Dipols auf die Φ - und Θ -Achse.

Abbildung A.2.: Projektion eines Nord-Süd-Dipols auf die Φ - und Θ -Achse.

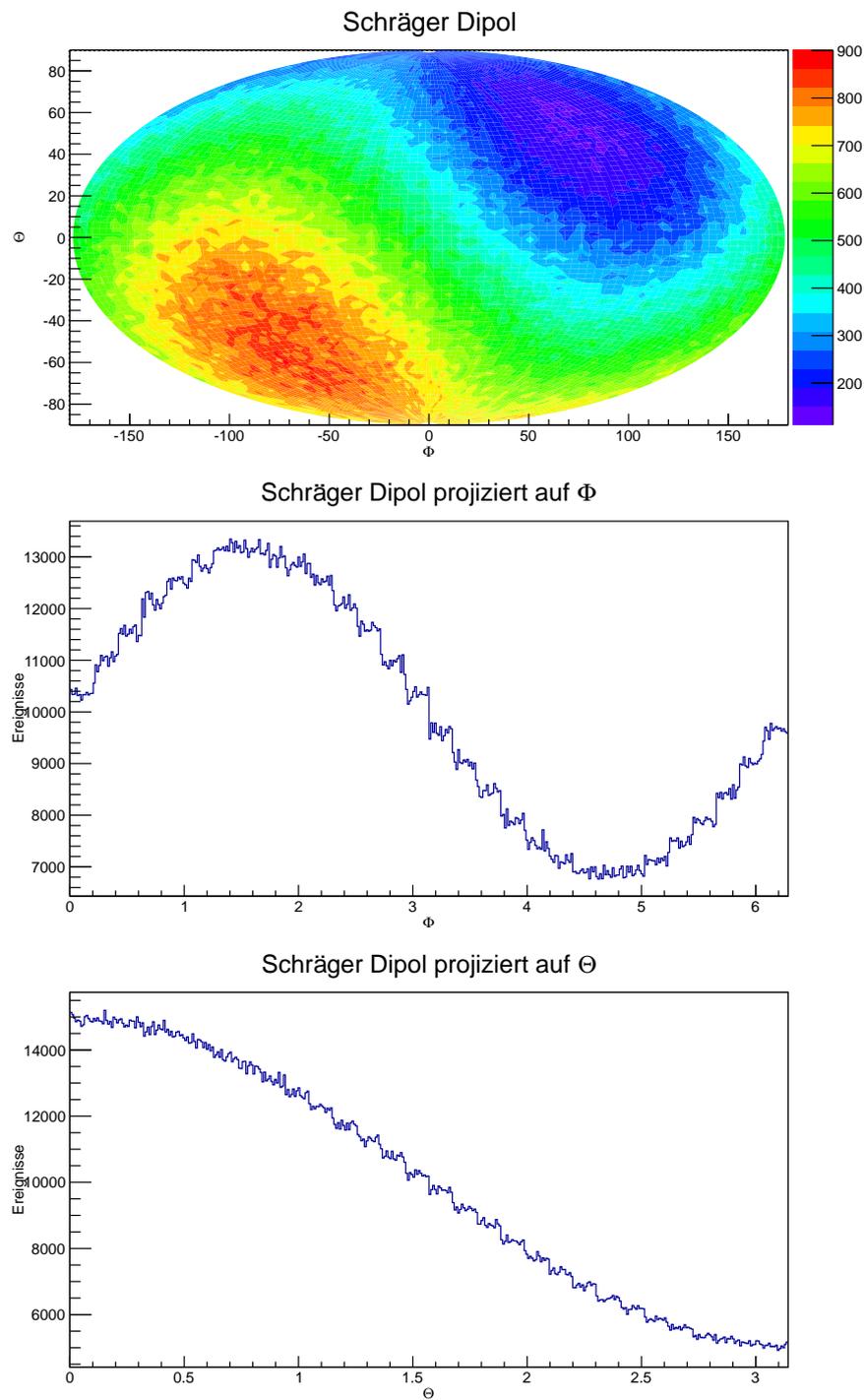


Abbildung A.3.: Projektion eines schrägen Dipols auf die Φ - und Θ -Achse.

B. Zweidimensionale Referenzverteilungen

Tabelle B.1.: Nord-Süd-Dipol, Integrationsradius 0 Balken.

Amplitude	Φ-Projektion				Θ-Projektion			
	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ
0	-0,0017339	0,0044776	1,00122	0,00316612	-0,001336	0,00447494	1,00063	0,00316426
0,001	0,00529515	0,00447018	0,999564	0,00316089	-0,0016476	0,00447062	0,999662	0,00316121
0,005	0,00659699	0,00446437	0,998263	0,00315678	-0,0061631	0,00448922	1,00382	0,00317436
0,01	-0,0022015	0,00446979	0,999476	0,00316062	-0,0369945	0,00448184	1,00217	0,00316914
0,02	-0,0038519	0,00444359	0,993619	0,0031421	-0,124395	0,00451893	1,01046	0,00319536
0,03	-0,0020783	0,00447091	0,999726	0,00316142	-0,279493	0,00453147	1,01327	0,00320425
0,04	-0,0006321	0,00444647	0,994262	0,00314414	-0,500836	0,00458063	1,02426	0,00323897
0,05	0,00132722	0,00447998	1,00175	0,00316782	-0,767755	0,00462752	1,03474	0,00327214
0,06	0,00194835	0,00446929	0,999364	0,00316027	-1,09069	0,00467931	1,04633	0,00330877
0,07	0,00281043	0,00445775	0,996784	0,0031521	-1,47427	0,00475636	1,06356	0,00336325
0,08	0,00260844	0,00446272	0,997896	0,00315562	-1,88647	0,00481327	1,07628	0,00340349
0,09	0,00909986	0,0044878	1,0035	0,00317335	-2,34392	0,0048554	1,0857	0,00343328
0,1	0,00362283	0,00447702	1,00109	0,00316573	-2,82857	0,00488932	1,09328	0,00345727

Tabelle B.2.: Nord-Süd-Dipol, Integrationsradius 5 Balken.

Amplitude	Φ-Projektion				Θ-Projektion			
	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ
0	-14,3818	0,00414517	0,926888	0,00293108	-14,381	0,00412484	0,922343	0,00291671
0,001	-14,3793	0,0041282	0,923093	0,00291908	-14,3792	0,00414215	0,926212	0,00292895
0,005	-14,3771	0,00413183	0,923906	0,00292165	-14,3928	0,00412818	0,923091	0,00291907
0,01	-14,3788	0,00413852	0,925402	0,00292638	-14,4531	0,00415343	0,928734	0,00293691
0,02	-14,3795	0,00412733	0,9229	0,00291847	-14,6648	0,00415469	0,929018	0,0029378
0,03	-14,3816	0,00413232	0,924015	0,002922	-14,9927	0,00413763	0,925203	0,00292575
0,04	-14,3791	0,00411958	0,921166	0,00291299	-15,3885	0,0040785	0,91198	0,00288393
0,05	-14,3825	0,00412382	0,922114	0,00291599	-15,8311	0,00395846	0,885137	0,00279905
0,06	-14,3797	0,0041343	0,924459	0,0029234	-16,2746	0,00379755	0,849157	0,00268527
0,07	-14,3804	0,00414105	0,925969	0,00292817	-16,6938	0,00362267	0,810054	0,00256161
0,08	-14,3802	0,00413744	0,925159	0,00292561	-17,0701	0,00341242	0,763042	0,00241296
0,09	-14,3782	0,00413357	0,924294	0,00292288	-17,399	0,00320185	0,715956	0,00226404
0,1	-14,3795	0,00412751	0,922939	0,0029186	-17,6703	0,00302334	0,676041	0,00213783

Tabelle B.3.: Nord-Süd-Dipol, Integrationsradius 10 Balken.

Amplitude	Φ-Projektion				Θ-Projektion			
	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ
0	-15,8252	0,00421935	0,943476	0,00298353	-15,8272	0,00420753	0,940832	0,00297516
0,001	-15,8206	0,00421795	0,943161	0,00298254	-15,8279	0,00420966	0,941309	0,00297667
0,005	-15,8191	0,00421256	0,941957	0,00297872	-15,8485	0,00422293	0,944275	0,00298606
0,01	-15,8228	0,00422549	0,944848	0,00298787	-15,9176	0,00419767	0,938627	0,00296819
0,02	-15,8274	0,00420717	0,940751	0,00297491	-16,193	0,00419609	0,938276	0,00296709
0,03	-15,8258	0,00420727	0,940772	0,00297498	-16,5799	0,00411057	0,919152	0,00290663
0,04	-15,8239	0,00420392	0,940024	0,00297261	-17,0077	0,00391739	0,875956	0,00277001
0,05	-15,8239	0,00422222	0,944117	0,00298555	-17,4326	0,00364309	0,814621	0,00257607
0,06	-15,8228	0,00422094	0,943831	0,00298465	-17,7948	0,00337078	0,753731	0,0023835
0,07	-15,8224	0,0042169	0,942927	0,00298179	-18,0905	0,00310607	0,694539	0,00219632
0,08	-15,8264	0,00420005	0,939161	0,00296988	-18,3278	0,00287043	0,641847	0,0020297
0,09	-15,8215	0,00421207	0,941847	0,00297838	-18,5081	0,00267902	0,599048	0,00189435
0,1	-15,8241	0,00419969	0,939079	0,00296962	-18,6545	0,00251809	0,563063	0,00178055

Tabelle B.4.: Ost-West-Dipol, Integrationsradius 0 Balken.

Amplitude	Φ -Projektion				Θ -Projektion			
	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ
0	-0,0006377	0,0044711	0,99977	0,00316154	-0,0068258	0,00446403	0,998188	0,00315654
0,001	-0,0003153	0,00447145	0,999847	0,00316179	0,00259289	0,00447632	1,00094	0,00316524
0,005	-0,0025281	0,00445052	0,995168	0,003147	0,00422575	0,00447684	1,00105	0,0031656
0,01	-0,0146062	0,00447879	1,00149	0,00316699	0,00026954	0,00448031	1,00183	0,00316806
0,02	-0,0478052	0,00448432	1,00273	0,00317089	-0,002576	0,00447994	1,00175	0,00316777
0,03	-0,115113	0,00447864	1,00145	0,00316686	0,00342856	0,0045003	1,0063	0,00318218
0,04	-0,20544	0,00452669	1,0122	0,00320084	0,00028248	0,00449001	1,004	0,00317491
0,05	-0,314874	0,00454286	1,01581	0,0032123	-0,0022943	0,00447371	1,00035	0,0031634
0,06	-0,451796	0,00456362	1,02046	0,00322696	-0,0002252	0,00445757	0,996744	0,00315198
0,07	-0,614355	0,00460798	1,03038	0,00325833	0,00068703	0,00446148	0,997617	0,00315474
0,08	-0,79919	0,00463397	1,03619	0,0032767	0,00251756	0,0044829	1,00241	0,00316988
0,09	-0,997846	0,00467918	1,0463	0,00330867	-0,0066933	0,00447764	1,00123	0,00316617
0,1	-1,22562	0,00469105	1,04895	0,00331706	0,00223558	0,00447308	1,00021	0,00316296

Tabelle B.5.: Ost-West-Dipol, Integrationsradius 5 Balken.

Amplitude	Φ -Projektion				Θ -Projektion			
	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ
0	-14,3762	0,00413159	0,923851	0,00292148	-14,3856	0,00412926	0,923329	0,00291983
0,001	-14,3853	0,00412705	0,922837	0,00291827	-14,3788	0,0041288	0,923227	0,0029195
0,005	-14,384	0,00412938	0,923358	0,00291992	-14,378	0,00413773	0,925225	0,00292582
0,01	-14,4105	0,0041309	0,923697	0,00292097	-14,3818	0,0041315	0,923832	0,00292141
0,02	-14,5	0,00414285	0,92637	0,00292944	-14,3803	0,00413692	0,925042	0,00292525
0,03	-14,6516	0,00415883	0,929941	0,00294071	-14,3786	0,00414218	0,92622	0,00292897
0,04	-14,8437	0,00414835	0,927598	0,00293332	-14,3805	0,00411406	0,919932	0,00290908
0,05	-15,0822	0,0041484	0,92761	0,00293336	-14,3822	0,00413975	0,925679	0,00292725
0,06	-15,3419	0,00411237	0,919553	0,00290788	-14,3801	0,00414967	0,927893	0,00293426
0,07	-15,6269	0,00405276	0,906226	0,00286573	-14,3796	0,00413274	0,92411	0,0029223
0,08	-15,9161	0,00396671	0,886984	0,00280489	-14,3782	0,00413729	0,925125	0,00292551
0,09	-16,2072	0,00386574	0,864405	0,00273349	-14,3843	0,00413907	0,925524	0,00292676
0,1	-16,489	0,00375249	0,839082	0,00265342	-14,3783	0,00414981	0,927927	0,00293437

Tabelle B.6.: Ost-West-Dipol, Integrationsradius 10 Balken.

Amplitude	Φ -Projektion				Θ -Projektion			
	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ	μ	Fehler auf μ	σ	Fehler auf σ
0	-15,8215	0,00420738	0,940798	0,00297506	-15,8303	0,00419943	0,93902	0,00296944
0,001	-15,8275	0,00421147	0,941713	0,00297795	-15,8205	0,00421234	0,941909	0,00297857
0,005	-15,8356	0,00419824	0,938754	0,0029686	-15,8255	0,00423134	0,946154	0,002992
0,01	-15,8653	0,00421152	0,941725	0,00297799	-15,8205	0,00422228	0,944129	0,0029856
0,02	-15,9882	0,00421477	0,942452	0,00298029	-15,8267	0,0042179	0,943151	0,0029825
0,03	-16,1824	0,00421371	0,942215	0,00297954	-15,8221	0,00422453	0,944635	0,00298719
0,04	-16,4272	0,00417898	0,934448	0,00295498	-15,8224	0,00421007	0,9414	0,00297697
0,05	-16,7077	0,00409732	0,916189	0,00289724	-15,8235	0,00420621	0,940538	0,00297423
0,06	-16,9893	0,00396862	0,887411	0,00280623	-15,8273	0,0042101	0,941406	0,00297699
0,07	-17,2781	0,00381464	0,852979	0,00269735	-15,8259	0,00421063	0,941523	0,00297735
0,08	-17,5414	0,00361833	0,809084	0,00255854	-15,8285	0,00420692	0,940698	0,00297474
0,09	-17,7838	0,00342391	0,765608	0,00242106	-15,8252	0,00423187	0,946276	0,00299238
0,1	-17,995	0,0032437	0,725315	0,00229364	-15,8233	0,00421797	0,943167	0,00298255

C. Ereignis- und Signifikanzhistogramme der Positronenauswertung

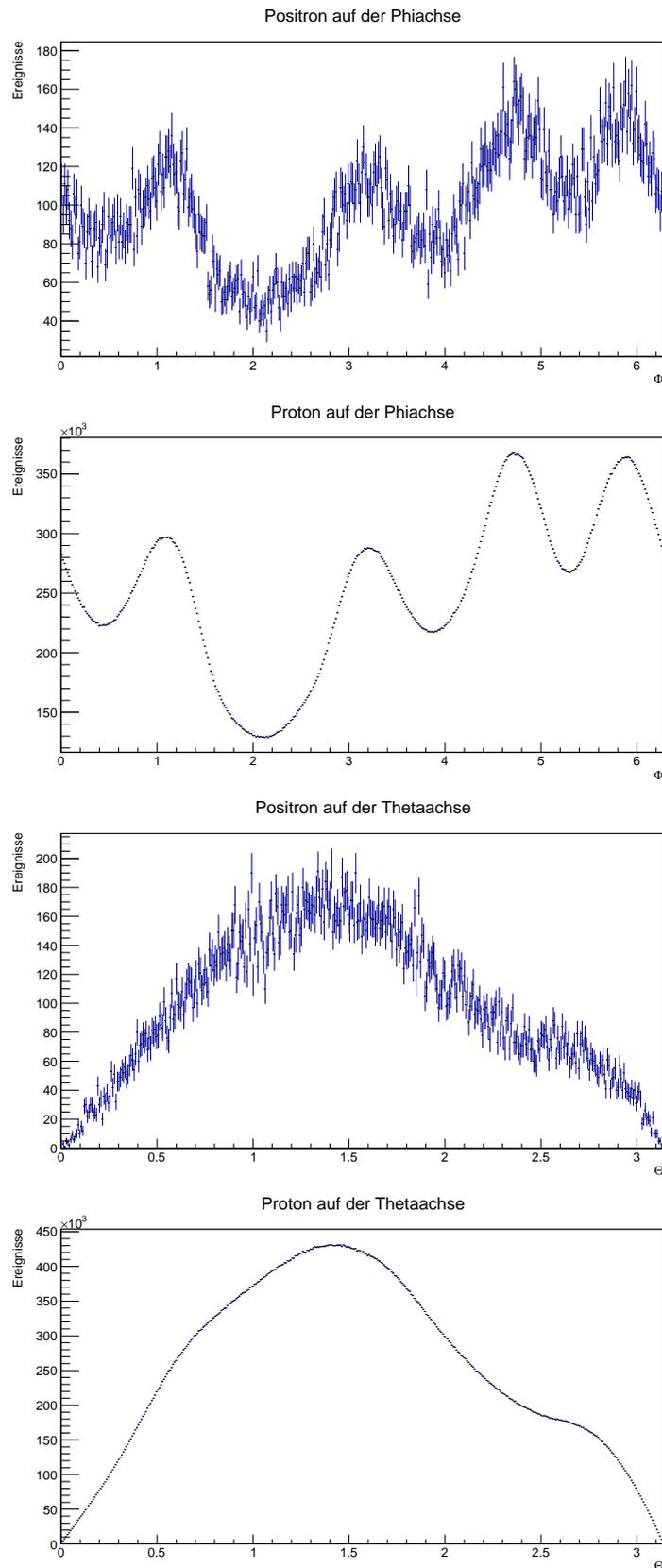


Abbildung C.4.: Positronen und Protonen im Energiebereich 16 - 350 GeV in der Φ - und Θ -Projektion.

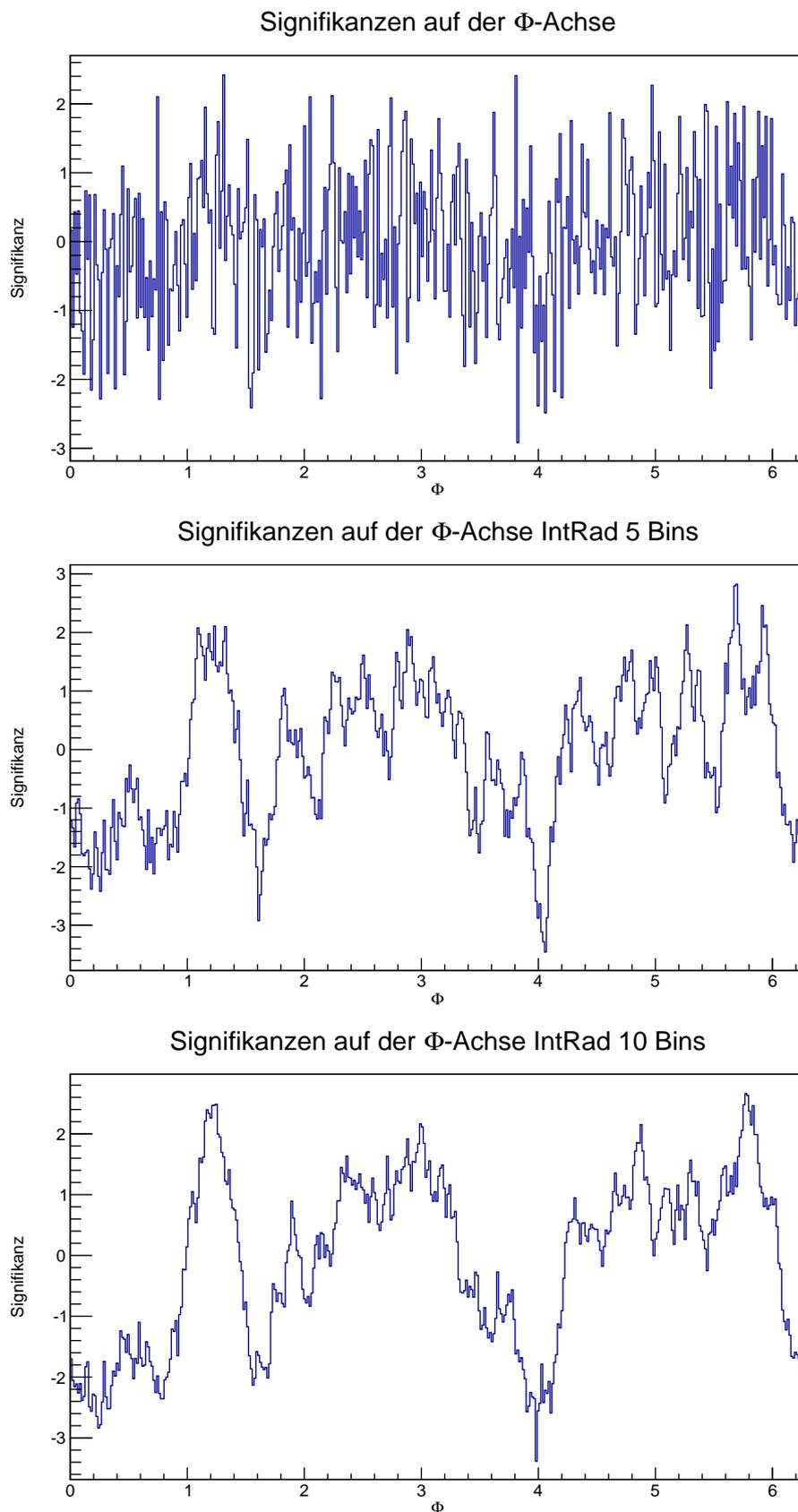


Abbildung C.5.: Signifikanzen zwischen Positronen und Protonen im Energiebereich 16-350 GeV in der Φ -Projektion.

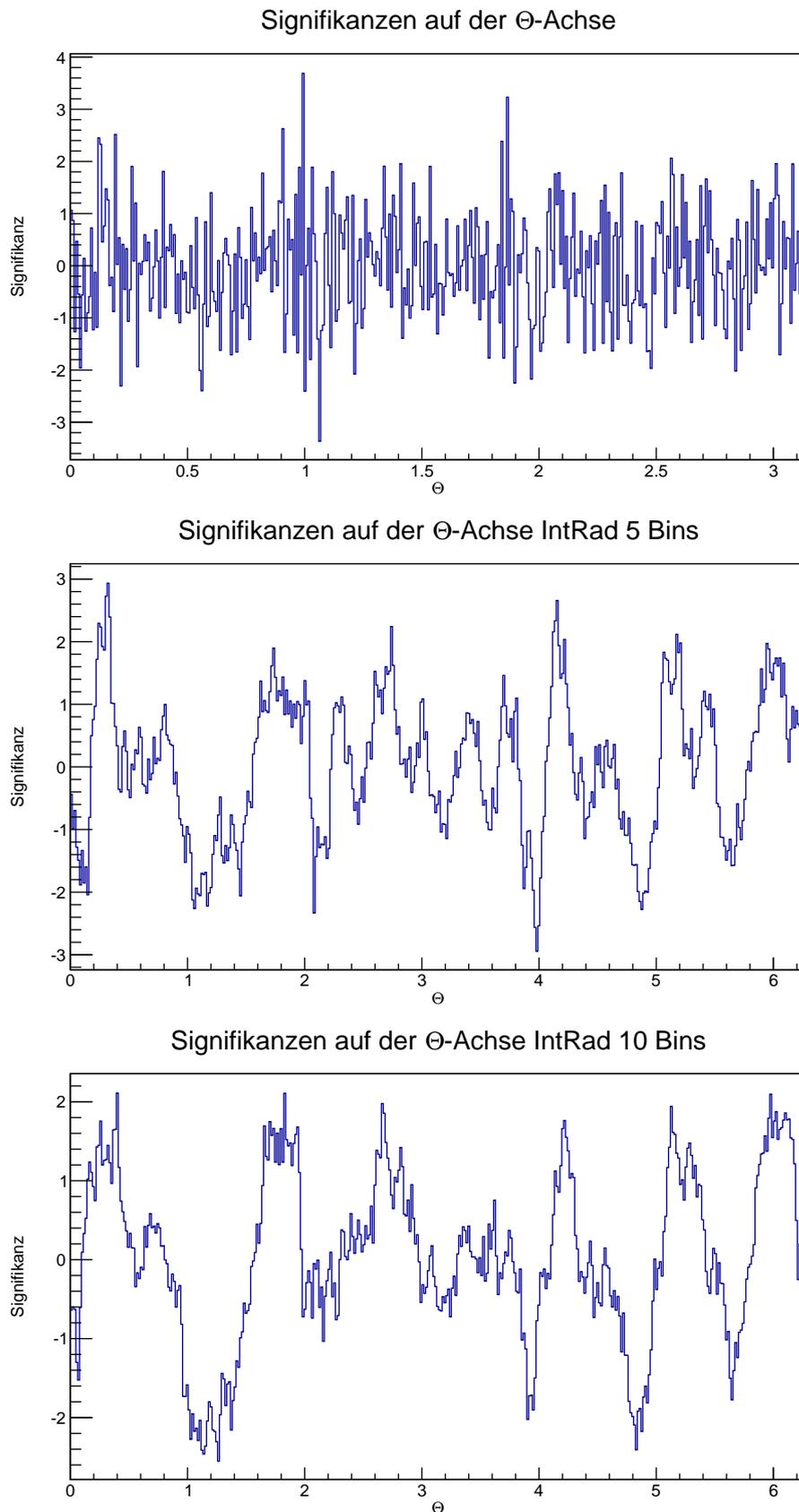


Abbildung C.6.: Signifikanzen zwischen Positronen und Protonen im Energiebereich 16-350 GeV in der Θ -Projektion.