

Strukturbildung im frühen Universum

Structure formation in the early Universe

Bachelorarbeit von

Anna Stopka

An der Fakultät für Physik Institut für Experimentelle Kernphysik (EKP)

Zweitgutachter: Dr. Klaus Eitel

Erstgutachter: Prof. Dr. Guido Drexlin

vorgelegt am 15.07.2011

KIT – Universität des Landes Baden-Württemberg und nationales Forschungszentrum der Helmholtz-Gesellschaft

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet habe, die wörtlich oder inhaltlich übernommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe und die Satzung des KIT zur Sicherung guter wissenschaftlicher Praxis in der jeweils gültigen Fassung beachtet habe.

Anna Stopka

Abstract

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Strukturbildung im frühen Universum [1]. Dabei geht sie der Frage nach, wie aus einem früher annähernd homogenen Universum durch kleine primordiale Dichtefluktuationen die heute auf großen Skalen vorhandenen Strukturen entstanden sind.

Enthaltene Themen sind die Strukturanalyse, die verschiedenen Modelle der Strukturentwicklung, und darüber hinaus die Quantifizierung der erhaltenen Informationen, sowie die Einordnung dieser Informationen in ein kosmologisches Modell.

Zunächst werden verschiedene experimentelle Verfahren zur Strukturanalyse vorgestellt, die Antworten auf die Frage geben, woher die Informationen über die Strukturen des heutigen, sowie auch des frühen Universums stammen. Hierbei wird die Beschreibung der Strukturanalyse um das hypothetische Modell der Inflationären Phase erweitert, welches die Quantenfluktuationen im frühen Universum als Ursprung der Strukturbildung annimmt.

Des weiteren werden zwei Modelle, welche die Strukturentwicklung mathematisch beschreiben, erklärt. Das analytische Jeans-Modell beschreibt das lineare Wachstum von Strukturen und das numerische Modell der N-Körper-Simulationen beschreibt das nichtlineare Wachstum von Strukturen.

Die Modelle werden um die Dunkle Materie erweitert, um für die Strukturbildung ein umfassendes Verständnis zu bekommen.

Ein weiterer Abschnitt führt das sogenannte Leistungsspektrum ein. Dieses bietet die Möglichkeit die Informationen, die aus den verschiedenen Verfahren der Strukturanalyse gewonnen werden, zusammenzufassen und zu quantifizieren.

Ziel ist es, für die erhaltenen Informationen ein passendes kosmologisches Modell zu finden, wobei noch einige freie Parameter, wie die Neutrino-Masse und der Anteil der Dunklen Materie im Universum, zu bestimmen sind.

Letztendlich ergibt sich, dass das durch die Informationen der experimentellen Verfahren erhaltene Leistungsspektrum gut mit dem ACDM-Modell übereinstimmt. Dieses Modell besagt, das unser heutiges Universum von der Dunklen Energie ($\sim 73, 4\%$) [2, Tab.8] und der Kalten Dunklen Materie ($\sim 22, 2\%$) [2, Tab.8] dominiert ist. Die Baryonische Materie macht einen relativ kleinen Teil von etwa 4,5 % [2, Tab.8] aus.

4

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	6		
2	Struktur im heutigen Universum	6		
3	Strukturanalyse des Universums			
3.1	Experimentelle Verfahren			
	3.1.1 Lyman-Alpha-Messungen	9		
	3.1.2 Galaxien-Durchmusterungen (Surveys)	11		
	3.1.3 Gravitationslinsen	15		
	3.1.4 Kosmische Hintergrundstrahlung	18		
3.2	Inflationäres Universum	21		
3.3	Leistungsspektrum	23		
4	Modelle der Strukturentwicklung	25		
4.1	Jeans-Modell	25		
4.2	Erweiterung: Dunkle Materie	32		
4.3	N-Körper-Simulationen	36		
5	Zusammenfassung und Konsequenzen	40		

1 Einleitung

Aus den Beobachtungen der kosmischen Hintergrundstrahlung ist bekannt, dass das Universum vor etwa 13,75 Milliarden Jahren [2, Tab.8] entstand. In frühen Zeiten war es in einem sehr heißen, dichten und vor allem homogenen Zustand.

Ein Blick in den Himmel heute zeigt jedoch, dass im Universum Strukturen auf kleinen, wie auch auf großen Skalen vorhanden sind. Bereits mit dem bloßen Auge sind nachts am Himmel Sterne sichtbar. Diese gehören neben den Planeten zu Strukturen auf kleiner Skala. Mit Teleskopen können größere Strukturen, wie Galaxien und Galaxien-Haufen beobachtet werden. Das heutige Universum ist also im Gegensatz zum frühen Universum in einem inhomogenen Zustand.

Diese Arbeit geht der zentralen Frage nach, wie sich aus dem heißen, homogenen Plasma des frühen Universums die heute auf kleiner, sowie auf großer Skala vorhandenen Strukturen bilden konnten. Es geht also um Strukturbildung im frühen Universum und um die Entwicklung der Strukturen im Laufe der Zeit bis heute.

2 Struktur im heutigen Universum

In diesem Kapitel soll ein Überblick über die Größenordnungen der Strukturen des heutigen Universums gewonnen werden. Dazu werden die Strukturen in unserer lokalen Umgebung des Universums betrachtet.

Unsere Erde kreist um die Sonne, die ein Stern ist. Mit einigen anderen Planeten zusammen bildet sie das Sonnensystem. Diese Strukturen auf Größenordnungen der Sterne oder kleiner, werden als Substrukturen bezeichnet. Von relevanten Strukturen bei der Strukturbildung spricht man bei Strukturen ab der Größenordnung von Galaxien.

Unser Sonnensystem befindet sich in der Milchstraße, einer Galaxie der Größe von 75.000 $Lj \approx 22,99 kpc$ [3, Kap.1, S.144]. Die Einheit pc ist die Abkürzung für Parallaxensekunde. Dabei entspricht eine Parallaxensekunde der Entfernung eines Sterns, der eine jährliche Parallaxe von einer Bogensekunde aufweist. Oder $1pc \approx 3, 1 \cdot 10^{16}m$ [4, Kap.6, S.174].

Galaxien ordnen sich in höheren Systemen, den sogenannten Haufen, die eine durchschnittliche Größe von 5-10 Mpc [5, Kap.6, S.181] haben. Die Milchstraße ist Teil des Lokalen Haufens, der eine Ausdehnung von 1,4 Mpc [6, S.596] aufweist.

Haufen wiederum organisieren sich in Superhaufen, die sich filamentartig um Leerräume (Voids) anlagern. Dabei sind diese Leerräume nicht leer, sondern weisen im Vergleich zu den Haufen nur eine sehr geringe Galaxiendichte auf. Der lokale Haufen befindet sich im Lokalen Superhaufen, der etwa 3-5 Mpc[6, S.596] groß ist. Superhaufen können Größen von bis zu $100 \frac{Mpc}{h}$ [5, Kap.6, S.182] aufweisen.

Die Größe h ist hierbei ein dimensionsloser Faktor, der den Hubble-Radius H_0 um Faktor 100 verkleinert angibt. Es gilt nach [5, Kap.3, S.122] folgender Zusammenhang:

$$h = \frac{H_0}{100\frac{km}{s \cdot Mpc}} \tag{1}$$

Aus den Beobachtungen unserer lokalen Umgebung ist also bekannt, dass die Erscheinung des Universums heute durch großskalige Strukturen gegeben ist, die sich um die Leerräume anordnen und sich aus Strukturen auf kleineren Skalen zusammensetzen. Zu den verschiedenen großskaligen Strukturen gehören Galaxien, Haufen und Superhaufen. Sterne und Planeten sind Substrukturen.

Zusammenfassend lässt sich somit sagen, dass das heutige Universum in unserer lokalen Umgebung im Gegensatz zum frühen Universum auf Skalen bis zu $100\frac{Mpc}{h}$ inhomogen ist.

3 Strukturanalyse des Universums

Die Strukturanalyse soll die Frage beantworten, ob die lokalen Strukturen in unserer Umgebung repräsentativ für das gesamte Universum sind. Darüber hinaus sollen die repräsentativen Strukturen des Universums quantifiziert werden. Dazu werden zunächst verschiedene experimentelle Verfahren beschrieben, also auf deren Funktionsweise und deren Anwendungsbereiche eingegangen. Die durch die Messverfahren erhaltenen Informationen können dann im Leistungsspektrum quantifiziert werden.

Eines der Verfahren zur Strukturanalyse ist die Beobachtung der Kosmischen Hintergrundstrahlung. Deren Eigenschaften werden durch das Modell der Inflationären Phase als eine Entwicklungsphase des frühen Universums erklärt. Dieses Modell ist zwar hypothetisch, jedoch gleichzeitig für das Verständnis der Strukturbildung von großer Bedeutung.

3.1 Experimentelle Verfahren

Es gibt verschiedene Methoden, um Informationen über die Strukturen des Universums zu erhalten. In diesem Kapitel wird auf vier der verschiedenen Verfahren eingegangen.

Bei den Messverfahren gibt die Entfernung der beobachteten Objekte an, wie weit der Blick in das frühe Universum möglich ist. Je größer die Rotverschiebung zwischen dem Beobachter und dem beobachteten Objekt ist, desto weiter wird in die Vergangenheit des Universums geschaut. Auf die Rotverschiebung wird später in Kapitel 3.1.2 genauer eingegangen; sie ist über den Zusammenhang aus Gleichung (2) definiert.

Zunächst werden drei experimentelle Verfahren zur Analyse des heutigen Universums beschrieben. Die beobachteten Objekte dieser Methoden haben eine Rotverschiebung von maximal z = 5.

Dazu gehören die Lyman-Alpha-Messungen, welche die Emissions-Spektren von Quasaren analysieren, um Informationen über intergalaktische Gaswolken zu gewinnen.

Des weiteren werden die sogenannten Galaxien-Durchmusterungen (Surveys) beschrieben, die mit Teleskopen bestimmte Himmelsbereiche nach Galaxien durchmustern und deren Entfernung mittels Rotverschiebung messen.

Das dritte Verfahren zur Strukturanalyse des heutigen Universums bieten die Gravitationslinsen, welche es ermöglichen, gravitative Masse zu detektieren. Dabei ist nicht entscheidend ob die Masse leuchtend, oder nicht leuchtend ist, d.h. mit dieser Methode kann auch dunkle Materie nachgewiesen werden.

Zuletzt wird die Beobachtung der Kosmischen Hintergrundstrahlung zur Analyse von Strukturen des frühen Universums vorgestellt. Sie ermöglicht uns einen Blick weit zurück in die Vergangenheit, mit einer Rotverschiebung der Strahlung von $z \approx 1000$ [4, Kap.13, S.501].

3.1.1 Lyman-Alpha-Messungen

Ziel der Lyman-Alpha-Messungen ist es Informationen über die Entfernung und die Masse von intergalaktischen Wasserstoff-Wolken zu erhalten. Dazu werden bei den Messungen Emissions-Spektren von sehr weit entfernten Quasaren aufgenommen und analysiert [7].

Ein Quasar ist der Kern einer weit entfernten Galaxie, der große Energiemengen im gesamten elektromagnetischen Spektrum abstrahlt. Diese elektromagnetischen Wellen der Quasare werden auf ihrem Weg zum Empfänger in bestimmten Frequenzbereichen von intergalaktischen Wasserstoff-Wolken absorbiert. Die Wasserstoff-Atome gehen dabei vom Grundzustand in den ersten angeregten Zustand über. Die Absorptionslinie dieses Übergangs nennt man im Spektrum des neutralen Wasserstoffs Lyman-Alpha-Linie. Daher erhalten die Lyman-Alpha-Messungen ihren Namen.

Die Wasserstoff-Wolken absorbieren die elektromagnetischen Wellen mit der Frequenz der Lyman-Alpha-Linie, weshalb im Spektrum der Quasare scharfe Absorptionslinien zu erkennen sind. Da sich das Universum ausdehnt, wird die Lyman-Alpha-Linie, die eine Wellenlänge von 121nm [8, Kap.14, S.742] hat, zu größeren Wellenlängen hin rotverschoben. Durch die unterschiedliche Entfernung der Wasserstoff-Wolken besitzen diese verschiedene Rotverschiebungen, wodurch die Absorptionslinien im Spektrum an unterschiedlichen Stellen auftauchen. Die Vielzahl dieser Linien nennt man Lyman-Alpha-Wald. In Abblidung 1 ist eine schematische Darstellung eines Lyman-Alpha-Waldes zu sehen. [9, Fig.12] zeigt einen Lyman-Alpha-Wald, der bei der Messung des Emissions-Spektrums des Quasars HS1700+64 aufgenommen wurde.





Durch die Analyse der Absorptionslinien der Lyman-Alpha-Wälder im Spektrum der Quasare erhält man Informationen über die nicht-leuchtenden intergalaktischen Wasserstoff-Wolken. Dabei liefert die Lage der Absorptionslinien Informationen über die Entfernung der Wasserstoff-Wolken und aus der Breite und der Tiefe der Peaks lässt sich die Säulendichte, daraus dann die Geschwindigkeitsverteilung und letztendlich dann die Masse der Wasserstoff-Wolken bestimmen.

Man erhält also mittels der Lyman-Alpha-Messungen Informationen über die räumliche Verteilung nicht-leuchtender, Baryonischer Materie im Universum.

3.1.2 Galaxien-Durchmusterungen (Surveys)

Ein weiteres experimentelles Verfahren der Strukturanalyse sind die sogenannten Surveys oder auch Galaxien-Durchmusterungen. Ziel der Surveys ist es, eine Kartierung von Galaxien und Galaxie-Haufen zu realisieren. Dabei soll nicht nur die Position der Himmelsobjekte am Himmel aufgenommen, sondern darüber hinaus auch der räumliche Tiefenbeitrag der Objekte via Rotverschiebung gemessen werden.

Die Surveys durchmustern dazu den Himmel in für das Universum möglichst repräsentativen Bereichen, um die Entfernung der dortigen leuchtenden Himmelsobjekte mit Hilfe der Rotverschiebung zu bestimmen. Das Prinzip der Messungen ist simpel: fest installierte Teleskope auf der Erde durchforsten Himmelsbereiche und messen die Rotverschiebung bestimmter Himmelsobjekte, meist Galaxien.

Die Entfernungsbestimmung mittels Rotverschiebung ist ein wichtiges Prinzip der Kosmologie. Die Verschiebung der emittierten Wellenlängen der Himmelsobjekte ist dabei nicht durch deren Relativbewegung zueinander, sondern durch die Ausdehnung der Raumzeit erklärbar. Eine elektromagnetische Welle, die frei durch die sich ausdehnende Raumzeit propagiert, wird also durch die Expansion des Universums zu größeren Wellenlängen hin verschoben. Mit folgendem Zusammenhang lässt sich die Rotverschiebung einer Welle bestimmen:

$$z = \frac{\lambda_b - \lambda_0}{\lambda_0} \tag{2}$$

Dabei ist λ_0 die Wellenlänge der ursprünglich ausgesandten Welle und λ_b die Wellenlänge der beobachteten Welle.

Aus dieser Rotverschiebung kann dann die Entfernung des Objekts näherungsweise über folgenden Zusammenhang bestimmt werden:

$$r \simeq \frac{c}{H_0} \cdot z \tag{3}$$

Hier ist c die Lichtgeschwindigkeit und H_0 die Hubble-Konstante. Die Gleichungen (2) und (3) sind [11, Kap.1, S.7] entnommen.

Durch die Durchmusterungen bestimmter Himmels- und Helligkeitsbereiche liefern die Surveys also Informationen über die räumliche Verteilung von Galaxien.

Zwei der bekanntesten Surveys sind der 2-degree-Field Galaxy Redshift Survey (2dFGRS) und der Sloan Digital Sky Survey (SDSS). Auf diese beiden Surveys wird im Folgenden näher eingegangen.

2dF Galaxy Redshift Survey

Alle im Folgenden genannten Daten zum Projekt 2dFGRS sind [12] entnommen worden. Der 2dFGRS war ein Projekt des Anglo-Australian-Observatory in Sydney (Australien) und lief von 1997 bis 2002. Bereits der Name besagt, dass ein 2 Grad großes Feld des Himmels durchmustert wurde.

Das Teleskop, mit dem gearbeitet wurde, hatte einen Durchmesser von 4m und arbeitete mit Fotoplatten, die über den äußeren Photoeffekt funktionieren. Dabei werden Elektronen durch Bestrahlung mit elektromagnetischen Wellen aus Metalloberflächen herausgelöst. Das Signal wurde dann mittels Photomultipliern verstärkt und verarbeitet.

Bei diesem Projekt wurden etwa 250.000 Himmelsobjekte vermessen. In Abbildung 2 ist ein graphisches Ergebnis des 2dFGRS zu sehen. Hierbei ist die Entfernung in Lichtjahren, bzw. die Rotverschiebung über den Raumwinkel aufgetragen.

Die filamentartige Verteilung der Superhaufen (schwarz) um die Leerräume (weiß) ist für kleine Rotverschiebungen gut erkennbar. Je größer jedoch die Rotverschiebung wird, desto homogener wird die Strukturverteilung im Universum, da man immer weiter in das frühe Universum schaut. Im frühen Universum hatten sich große Strukturen noch nicht ausgeprägt, weshalb die kleineren Strukturen noch homogener verteilt sind, als im späteren Universum mit ausgeprägten großen Strukturen.



Abbildung 2: Grafisches Ergebnis des 2dFGRS [13]

Die Entfernung der Galaxien-Haufen ist in Einheiten der Rotverschhiebung bis z=0,25 über dem Raumwinkel aufgetragen. Die Galaxien sind schwarz und die Leerräume weiß. Es ist deutlich die filamentartige Struktur der Galaxien, welche sich um die Leerräume anordnen, erkennbar. Je größer die Rotverschiebung wird, desto homogener wird die Verteilung der Strukturen.

Sloan Digital Sky Survey

Alle im Folgenden genannten Daten zum Projekt SDSS sind [14] entnommen worden. Der SDSS ist ein Projekt des Apache-Point-Observatory in New Mexico und hat in verschiedenen Phasen eine geplante Laufzeit von 14 Jahren. Es wurde 2000 in Betrieb genommen und soll bis 2014 laufen, es ist also noch nicht abgeschlossen.

Das verwendete Teleskop hat einen Durchmesser von 2,5m und arbeitet mit sogenannten CCD-Sensoren, die auf dem inneren Photoeffekt basieren. Dieser beschreibt die Zunahme der Leitfähigkeit von Halbleitern durch die Bildung von Elektron-Loch-Paaren, welche vom Valenzband in das Leitungsband angehoben werden, was wiederum in ein elektrisches Signal übersetzt und dann analysiert wird.

Der SDSS hat sich als Ziel gesetzt, etwa 35% des Himmels zu durchmustern, was Informationen von über 1 Million Himmelsobjekten entspricht. In Abbildung 3 ist ein graphisches Ergebnis des SDSS abgebildet. Jeder Punkt entspricht hierbei einer Galaxie. Es ist ebenfalls die Rotverschiebung über den Raumwinkel aufgetragen. Auch hier sind deutlich die filamentartigen Strukturen der Superhaufen zu erkennen. Die Superhaufen sind schwarz eingefärbt und die Leerräume sind weiß. Die immer homogenere Verteilung der Strukturen für größere Rotverschiebungen ist in dieser Grafik ebenfalls erkennbar.

Galaxien-Durchmusterungen liefern somit Informationen über die räumliche Verteilung leuchtender, Baryonischer Materie im Universum.



Abbildung 3: Graphisches Ergebnis des SDSS [15, Fig.4]

Die Entfernung der Galxien-Haufen ist in Gigajahren angegeben und wurde über dem Raumwinkel aufgetragen. Die Skala reicht bis 2,74 Gyr zurück in die Vergangenheit, was einer Rotverschiebung von etwa 0,3 entspricht. Die filamentartigen Strukturen der Galaxien-Haufen ist deutlich zu erkennen.

3.1.3 Gravitationslinsen

Eine dritte Möglichkeit der Strukturanalyse des Universums ist die Methode der Gravitationslinsen.

Gravitationslinsen funktionieren analog zum Prinzip der optischen Linsen, mit dem Unterschied, dass die elektromagnetischen Wellen entsprechend der Allgemeinen Relativitätstheorie durch Masse, also Gravitation, abgelenkt werden. Die Quelle wird dadurch für den Beobachter mehrfach, bzw. verzerrt sichtbar. Im Idealfall sind diese Mehrfachabbildungen ringförmig. In Abbildung 4 ist das Prinzip des starken Gravitationslinseneffekts schematisch dargestellt.



Abbildung 4: Prinzip der Gravitationslinsen [16]

Gravitationslinsen sind interstellare Objekte mit großer Masse, die elektromagnetische Wellen ablenken. So wird die Abbildung der Wellenquelle für den Beobachter verzerrt oder sogar mehrfach sichtbar. In dieser schematischen Darstellung ist der Idealfall der Anordnung von Quelle, Linse und Beobachter abgebildet, welcher für den Beobachter eine ringförmige Abbildung (Einsteinring) der Quelle hervorruft. Der Gravitationslinseneffekt kann durch die Linsengleichung beschrieben werden, welche die wirkliche Position der Quelle $\vec{\Theta}_s$ zu ihrer scheinbaren Postion $\vec{\Theta}_I$ ins Verhältnis setzt. Es gilt mit der Annahme einer dünnen Linse nach [17, Gl.(1)] folgender Zusammenhang für die Linsengleichung:

$$\vec{\Theta}_s = \vec{\Theta}_I - \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \vec{\alpha}(\vec{\xi}) \tag{4}$$

Dabei ist $\vec{\xi} = D_{OL} \vec{\Theta}_I$ und D_{OL} , D_{LS} , D_{OS} sind der Abstand des Beobachters (observer) zur Linse (lens), der Linse zur Quelle (source) und des Beobachters zur Quelle. Der Ablenkungswinkel $\vec{\alpha}(\vec{\xi})$ ist dabei proportional zum Gravitationspotential.

Hat die Linsengleichung mehrere Lösungen, so entspricht dies der Mehrfach-Abbildung eines Objekts.

Es gibt verschiedene Gravitationslinseneffekte. Hier soll auf den starken und den schwachen Gravitationslinseneffekt eingegangen werden.

Der "Strong gravitational lensing effect" beschreibt den Fall einer starken Gravitationslinse. Hierbei werden einzelne Himmelsobjekte für den Beobachter, der durch die Gravitationslinse schaut, mehrfach sichtbar. Im Idealfall bilden sich ein sogenannter Einsteinring, im Experiment sind meist Ringsegmente sichtbar.

Beim "Weak gravitational lensing effect" [17] ist die Gravitationslinse zwar nur schwach, für die Strukturanalyse ist dieser Effekt jedoch der Wichtigere. Beim "Weak lensing" passiert der Effekt auf großen kosmolischen Skalen, d.h. nicht einzelne Objekte werden mehrfach, sondern mehrere Objekte werden verzerrt abgebildet. So führt eine schwache Gravitationslinse dazu, dass ursprünglich gleichverteilte, elliptische Galaxien eine "Vorzugsrichtung" ihrer großen Halb-Achse erhalten. Diese verzerrte Abbildung nennt man Scherung. Eine schematische Darstellung des starken und des schwachen Gravitationslinseneffekts ist in Abbildung 5 zu sehen.



Abbildung 5: Schematische Darstellung des Blicks durch eine Gravitationslinse [18, Vol.17] Hier ist die wirkliche Anordnung einer Gruppe von kreisförmigen/verschiedenförmigen Galaxien zu sehen. Im Vergleich dazu ist der jeweilige Blick auf dieselbe Galaxien-Gruppe durch eine Gravitationslinse dargestellt. Diese bildet die Galaxien verzerrt ab. Die rot eingefärbte Galaxie wird mehrfach abgebildet und bildet einen sogenannten Einsteinring.

Auf der linken Seite sind oben die kreisförmigen und unten die verschiedenförmigen, unter anderem elliptischen, Galaxien in ihrer tatsächlichen Verteilung dargestellt. Auf der rechten Seite ist jeweils der Blick auf diese Galaxien durch eine Gravitationslinse zu sehen. Die rot eingefärbte Galaxie unterliegt dabei dem starken Gravitatinslinseneffekt, da sie als Einsteinring abgebildet wird. Die übrigen Galaxien zeigen den schwachen Gravitationslinseneffekt. Sie scheinen sich ringförmig um die Gravitationslinse im Zentrum anzuordnen, obwohl ihre originäre Verteilung stochastisch ist.

Mit Hilfe dieser Scherung lässt sich aus der mittleren Ausrichtung der Objekte das Gravitationsfeld der Gravitationslinse berechnen. Durch die Messung der Rotverschiebung kann dann aus dem errechneten Gravitationsfeld die Dichteverteilung der Masse zwischen Quelle und Empfänger, also der Gravitationslinse, rekonstruiert werden.

Die Methode der Gravitationslinsen liefert uns also Informationen über die räumliche Verteilung gravitativer Masse im Universum, insbesondere räumlich relativ stark ausgedehnter Objekte.

3.1.4 Kosmische Hintergrundstrahlung

Durch die Beobachtung der Kosmischen Hintergrundstrahlung besteht die Möglichkeit Informationen über die Inhomogenitäten und damit über die Strukturen des frühen Universums zu erhalten.

Die Kosmische Hintergrundstrahlung oder auf englisch Cosmic Microwave Background Radiation (CMBR) entstand zum Zeitpunkt der Rekombination, etwa 400.000 Jahre nach dem Urknall [19]. Das Universum hatte sich bis dahin auf etwa 3000K [4, Kap.12, S.468] abgekühlt. Die Rekombination beschreibt den Vorgang, bei dem sich Atomkerne und Elektronen zu Atomen zusammenschlossen. Dadurch hatten die Photonen keinen direkten Wechselwirkungspartner mehr und entkoppelten von der Materie. Darum wird dieser Vorgang als Entkopplung bezeichnet.

Die CMBR liefert also ein Bild des frühen Universums, bei einer Rotverschiebung von $z \approx 1000$ [4, Kap.13, S.501]. Bei den kosmischen Mikrowellen handelt es sich um Wärmestrahlung, die den gesamten Raum erfüllt und deren Frequenzverteilung von der Temperatur abhängt. Da sich das Universum ausdehnt, hat die CMBR heute keine Temperatur von 3000K mehr, sondern hat sich auf etwa 3K abgekühlt.

Betrachtet man die Temperaturverteilung der CMBR, so ist diese auf Skalen im Kelvin-Bereich konstant bei 2,728K [6, S.597]. Auf kleineren Skalen, im 10-Mikro-Kelvin-Bereich, sind jedoch Temperaturvariationen der CMBR erkennbar.

Die Verteilung dieser Temperaturvariationen ist in Abbildung 6 zu sehen. Diese Karte wurde mit dem WMAP-Satelliten aufgenommen. Blau eingefärbte Bereiche sind dabei um $-200\mu K$ und rot eingefärbte Bereiche um $+200\mu K$ verschoben [19].



Abbildung 6: Temperaturverteilung der CMB [11, Fig. B.1. (WMAP)] Abgebildet sind die Anisotropien der Temperaturverteilung der CMB im 10-Mikro-Kelvin-Bereich, aufgenommen mit dem WMAP-Satelliten. Die Störungen durch die Milchstraße wurden bereits herausgerechnet.

Die Temperaturverteilung hängt direkt mit der Dichteverteilung zusammen, da überdichte Regionen eine Gravitationsrotverschiebung hervorrufen, was zu einer größeren Wellenlänge, also einer niedrigeren Temperatur führt. Energiereiche, dichte Regionen haben also energieärmere Strahlung, also niedrigere Temperaturen und energiearme, weniger dichte Regionen haben energiereichere Strahlung, also höhere Temperaturen.

Aus diesem Bild der Temperaturverteilung der CMBR kann also Information über die Dichteverteilung der Baryonischen Materie des frühen Universums gewonnen werden.

Eine wichtige Größe zur Beschreibung von Strukturen ist der Dichtekontrast $\delta(\vec{r})$, der die Dichte $\rho(\vec{r})$ an einem Ort zur mittleren Dichte $\langle \rho \rangle$ im gesamten Universum ins Verhältnis setzt. Er ist nach [5, Kap.6, S.194] durch folgenden Zusammenhang definiert:

$$\delta(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r}) - \langle \rho \rangle}{\langle \rho \rangle} \tag{5}$$

Der Dichtekontrast des frühen Universums zur Zeit der Entkopplung der CMBR ist $\delta_{primordial} \sim 10^{-5}$ [4, Kap.13, S.494]. Dabei ist die Größe δ der Betrag der mittleren Abweichung des Dichtekontrastes an einem Punkt im Verhältnis zur mittleren Dichte des gesamten Universums. Der Dichtekontrast des heutigen Universums ist $\delta_{heute} > 1$ [20, VL7], wobei dieser Wert mit der Größe des betrachteten Volumenelements stark variiert. Bei Superhaufen liegt der Dichtekontrast bei einer Größenordnung von 10 [5, Kap.6, S.194], in Galaxien-Haufen bei einer Größenordnung von 10³ [5, Kap.6, S.194] und in Galaxien bei einer Größenordnung von 10⁶ [5, Kap.6, S.194].

Zusammenfassend haben wir also durch die unterschiedlichen Beobachtungen der verschiedenen experimentellen Verfahren zur Strukturanalyse Informationen über die Verteilung leuchtender und nichtleuchtender, Baryonischer Materie zu verschiedenen Zeiten des Universums, sowie Informationen zur Verteilung gravitativer Masse erhalten.

3.2 Inflationäres Universum

Bei der Betrachtung der Eigenschaften der kosmischen Hintergrundstrahlung, kommen verschiedene Fragen auf.

Zum einen stellt sich die Frage, wie die Homogenität der CMBR auf großen Skalen erklärbar ist. Diese Homogenität des Universums zwischen Punkten, die zu weit voneinander entfernt sind, um kausal miteinander wechselwirken zu können, nennt sich Horizontproblem. Die Punkte liegen außerhalb des jeweiligen Ereignishorizontes des anderen Punktes, aber weisen trotzdem sehr ähnliche Temperaturen auf.

Zum anderen stellt sich die Frage, wo die relativ kleinen Dichtefluktuationen auf großer Skala herkommen, also warum die Homogenität der CMBR im Mikro-Kelvin-Bereich nicht mehr vorhanden ist.

Beide Fragen lassen sich mit dem Modell der Inflation erklären. Diese Hypothese ist nicht im ursprünglichen Standardmodell enthalten und ein Forschungsgebiet, auf dem noch viele Fragen diskutiert werden [21]. Die Idee der inflationären Expansion ist zwar hochspekulativ, sie bietet jedoch eine Möglichkeit der Erklärung verschiedener Beobachtungen im Universum unter der Berücksichtigung heutiger physikalischer Gesetzmäßigkeiten.

Je nach zugrundeliegenden Annahmen war die Inflation eine Phase in der Entwicklung des Universums, die $10^{-36}s$ bis $10^{-33}s$ [4, Kap.13, S.503] nach dem Urknall stattfand und während der sich das Universum mit Überlichtgeschwindigkeit ausdehnte.

Durch die Ausdehnung des Raumes mit Überlichtgeschwindigkeit wurden Punkte, die vor der Inflation noch kausal miteinander in Wechselwirkung standen, sehr schnell auf große Entfernungen gebracht. Dieser Vorgang erklärt den scheinbaren Widerspruch, dass Punkte, die in einem normal expandierenden Universum zu weit voneinander entfernt sind um miteinander wechselzuwirken, aber dennoch nahezu gleiche Temperatur aufweisen. Somit lässt sich mit der Inflation die Homogenität der CMB im Kelvin-Bereich erklären.

Eine Antwort auf die zweite Frage bekommt man ebenfalls mit Hilfe der Inflation. Durch die Expansion des Universums mit Überlichtgeschwindigkeit wurden die einzelnen Raumpunkte auf kleinen Skalen "auseinandergerissen" und hatten keine Möglichkeit mehr, quantenmechanische Teilchendichte- oder Energiefluktuationen auszugleichen. Dadurch wurden die Quantenfluktuationen zum Zeitpunkt der Inflation über den Ereignishorizont des bestehenden Universums hinausgeschoben und "eingefroren". Die Fluktuationen wuchsen dann außerhalb des Horizontes weiter und kamen später als Dichtefluktuationen wieder zurück in den Ereignishorizont des Universums. Die Quantenfluktuationen sind also im Modell des Inflationären Universums die Saatkerne der Strukturbildung unseres Universums.

Diese Erkenntnis wird durch folgendes Zitat von Brian Greene noch einmal verdeutlicht:

"Laut Inflationstheorie sind die mehr als hundert Milliarden Galaxien, die im All wie himmlische Diamanten schimmern, nichts als Quantenmechanik, die in großen Buchstaben an den Himmel geschrieben wurde. Für mich ist diese Erkenntnis eines der größten Wunder des modernen wissenschaftlichen Zeitalters." [22, Kap.11, S.349]

3.3 Leistungsspektrum

Die Lyman-Alpha-Messungen liefern Informationen über intergalaktische Gaswolken, mit Hilfe der Surveys erhält man Informationen über die Galaxie-Verteilung und die Gravitationslinsen geben uns Informationen über gravitative Masse. Durch die Beobachtung der CMBR ist es möglich, Informationen über das frühe Universum und seine Strukturen zu bekommen. Die verschiedenen experimentellen Verfahren der Strukturanalyse liefern also eine Vielzahl an Informationen über die Strukturen des Universums, auf verschiedenen Skalen und zu verschiedenen Zeiten.

Außerdem lässt sich nach der Strukturanalyse mittels der verschiedenen Methoden feststellen, dass die Strukturen in unserer lokalen Umgebung durchaus repräsentativ für die Strukturen im gesamten Universum sind.

Eine Möglichkeit, die gemessenen Daten der verschiedenen experimentellen Verfahren quantifizieren zu können, bietet das sogenannte Leistungsspektrum.

Das Leistungsspektrum transformiert gemessene Korrelationen, also Informationen über den Raum, in den Fouriertransformierten Raum. Die Gleichungen (6), (7), (8) sind [11, Kap.11, S.449] entnommen.

Das Leistungsspektrum P(k) ist folgendermaßen definiert:

$$P(k) = \frac{4\pi}{V} \int \xi(r) \frac{\sin(kr)}{kr} r^2 dr \tag{6}$$

Dabei ist $\xi(r)$ die Korrelationsfunktion, k die Wellenzahl und r der Raumpunkt. Die Korrelationsfunktion $\xi(r)$ beschreibt die Korrelation zwischen Dichtekontrasten an zwei verschiedenen Punkten:

$$\xi(\vec{r}) = \langle \delta(\vec{x})\delta(\vec{x} + \vec{r}) \rangle \tag{7}$$

Für das Leistungsspektrum gelten folgende Zusammenhänge:

$$P(k) = |\delta_k|^2 \tag{8}$$

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_k^2 = k^3 P(k) \tag{9}$$

Hierbei sind δ_k der Dichtekontrast an einem Raumzeitpunkt im Universum mit der Wellenzahl k und $\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)$ ist die relative Dichtefluktuation.

Werden die transformierten Daten P(k) der verschiedenen Messverfahren über der Wellenzahl k aufgetragen, so erhält man das Leistungsspektrum. In Abbildung 7 ist ein solches Leistungsspektrum zu sehen. Hierbei wurden Daten von der Beobachtung der CMBR (grün), vom SDSS (schwarz), von schwachen Gravtiationslinsen (rosa) und von Lyman-Alpha-Messungen (rot) aufgetragen.



Abbildung 7: Leistungsspektrum mit Daten aller Messverfahren [23] Dieses Leistungsspektrum vereint Daten der CMB (grün), des SDSS (schwarz), von schwachen Gravitationslinsen (rosa) und von Lyman-Alpha-Messungen (rot). Jedes dieser Messverfahren liefert Informationen über verschiedene Bereiche des Universums. Ziel ist es, ein kosmologisches Modell zu finden, welches die bereits eingezeichnete Best-Fit-Kurve liefert.

Es ist erkennbar, dass die unterschiedlichen Messverfahren Informationen über verschiedene Bereiche des Universums liefern. Beispielsweise liegen die Daten der CMBR im Bereich kleiner Wellenzahlen bei etwa 0,001 $\frac{h}{Mpc}$ bis 0,1 $\frac{h}{Mpc}$, also großer Wellenlängen, und die Daten der Lyman-Alpha-Wälder liegen im Bereich der Wellenzahl k zwischen 1 $\frac{h}{Mpc}$ und 10 $\frac{h}{Mpc}$, was einer Größenordnung zwischen Galaxien und Galaxien-Haufen entspricht.

Das Ziel ist es nun, ein kosmologisches Modell zur Beschreibung der im Leistungsspektrum zusammengefassten Beobachtungen zu finden. Dieses Modell soll eine "Best-Fit"-Kurve für die gemessenen Daten der Messverfahren liefern und die zeitliche Entwicklung der Strukturen vom frühen Universum bis heute beschreiben. Dabei gibt es verschiedene freie Parameter, wie die Neutrino-Masse und den Anteil Dunkler Materie im Universum, die es festzulegen gilt.

4 Modelle der Strukturentwicklung

Nachdem im vorhergehenden Kapitel die verschiedenen Verfahren der Strukturanalyse und die Quantifizierung der daraus gewonnenen Informationen vorgestellt wurde, beschäftigt sich dieses Kapitel mit den verschiedenen Modellen der Strukturentwicklung.

Diese Modelle beschreiben den Vorgang des Strukturwachstums des Universums, analytisch sowie numerisch, um die Entwicklung der Strukturen im Universum nachzuvollziehen und verstehen zu können.

Zunächst wird das analytische Jeans-Modell der Strukturentwicklung beschrieben. Dieses beschäftigt sich mit dem linearen Strukturwachstum von kleinen Störungen, welche der Strukturentwicklung des Universums bis zu einer Rotverschiebung von z = 20 entsprechen.

Für größere Rotverschiebungen wird das Strukturwachstum nicht-linear. Die Strukturentwicklung wird dann durch das numerische Verfahren der sogenannten N-Körper-Simulationen beschrieben.

Um die Strukturentwicklung des Universums umfassend verstehen zu können, werden die beiden Modelle um die Dunkle Materie erweitert.

4.1 Jeans-Modell

Das Jeans-Modell wurde nach seinem Entwickler James Jeans benannt, der sich bereits im Jahre 1902 mit dem Problem des Wachstums kleiner Störungen unter dem Einfluss der Gravitation beschäftigte.

Sein Modell basiert dabei auf dem Prinzip, dass Gase im Weltraum durch Gravitationsdruck zusammenhalten. Diesem Gravitationsdruck von außen wirkt der innere Teilchendruck durch die Teilchenbewegung entgegen. Ist der Gravitationsdruck von außen so groß, dass die Teilchen dem Druck nicht standhalten können, kommt es zum Gravitationskollaps und das System sucht einen neuen Gleichgewichtszustand, z.B. die Flüssigphase nach der Gasphase.

Die Idee der Anwendung des Jeans-Modells in der Kosmologie ist es, das Wachstum primordialer Dichteschwankungen unter dem Einfluss der Eigengravitation zu beschreiben, Bedingungen für ein solches Wachtum herzuleiten und so die Dynamik der Strukturbildung im frühen Universum beschreiben zu können.

Im Folgenden wird die Strukturentwicklung nach dem Jeans-Modell nach [5, Kap.6.7] durchgeführt.

Das Jeans-Modell ist eine lineare Störungsrechnung, d.h. dass die Dichtestörungen ρ_1 im Vergleich zu den Grundgrößen, wie der mittleren Dichte ρ_0 sehr klein sind:

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \,, \, \rho_1 \ll \rho_0 \tag{10}$$

Die lineare Störungsrechnung soll zunächst unter der Annahme eines konstanten Universums durchgeführt werden. Dazu werden die Grundgrößen zur Beschreibung des Universums, also die Dichte ρ_0 und der Druck p_0 als konstant und die mittlere Fließgeschwindigkeit $\vec{v} = 0$ angenommen:

$$p_0 = const. \tag{11}$$

$$\rho_0 = const. \tag{12}$$

$$\vec{v} = 0 \tag{13}$$

Um die Dynamik des Systems zu beschreiben, werden die folgenden drei Gleichungen angesetzt:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \tag{14}$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla \vec{v}) + \frac{1}{\rho} \nabla \rho + \nabla \Phi = 0$$
(15)

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G\rho \tag{16}$$

Gleichung (14) ist die Kontinuitätsgleichung, die für die Teilchenzahlerhaltung sorgt. Die zeitliche Änderung der Teilchendichte ist die negative räumliche Änderung des Teilchenstroms.

Gleichung (15), die sogenannte Euler-Gleichung, beinhaltet die Beschreibung der Strömung von Fluiden. Überdichte Regionen und Potentiale ziehen weitere Teilchen an.

Gleichung (16) heißt Poisson-Gleichnug. Sie besagt, dass die Gravitation als einziges Potential angenommen wird. Hierbei ist G die Gravitationskonstante.

Durch Einsetzen der gestörten Grundgrößen ρ_1 in die Bewegungsgleichungen (14), (15) und (16) ergibt sich als Lösung eine Wellengleichung für adiabatische Störungen:

$$\frac{\partial^2 \rho_1}{\partial t^2} - v_s^2 \nabla^2 \rho_1 = 4\pi G \rho_0 \rho_1 \tag{17}$$

Diese Wellengleichung lässt sich dann unter der Annahme des konstanten Universums mit dem Ansatz der ebenen Welle lösen.

$$f(\vec{r},t) = exp(i(\vec{r}\vec{k} - \omega t)) \tag{18}$$

Es ergibt sich folgende Dispersionsrelation:

$$\omega^2 = v_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0 \tag{19}$$

Diese Dispersions
relation liefert verschiedene Lösungen. Zum einen ergeben sich als Lösung stehende Wellen
 $(\omega^2 > 0)$. Zum anderen gibt es die Lösung, die den Gravitationskollaps ermöglicht
 $(\omega^2 < 0)$ und den Grenzfall $\omega = 0$. Für die Struktur
entwicklung sind nur der Fall des Gravitationskollapses interessant, da sich bei stehenden Wellen ein stationärer Zustand einstellt, also kein Wachstum möglich ist.

Durch Umformung der Gleichung (19) für den Fall $\omega = 0$, lassen sich die kritische Wellenzahl k_j und daraus die Jeans-Länge λ_j bestimmen:

$$k_j = \sqrt{\frac{4\pi G\rho_0}{v_s^2}} \tag{20}$$

$$\lambda_j = v_s \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}} \tag{21}$$

Dabei ist v_s die Schallgeschwindigkeit für adiabatische Prozesse mit $v_s = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}}$, G ist die Gravitationskonstante.

Um die verschiedenen Fälle betrachten zu können, wird zunächst die Dispersionsrelation in Abhängigkeit der Jeans-Länge umgeformt. Gleichung (19) ergibt sich dann mit Gleichnug (21) zu:

$$\omega = \pm \sqrt{k^2 v_s^2 \left(1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_j}\right)^2\right)} \tag{22}$$

Hier gibt es den Grenzfall $\lambda = \lambda_j$.

Im Folgenden werden die beiden Fälle für Wellenlängen, die größer oder kleiner als die kritische Jeans-Länge sind, betrachtet.

1) $\lambda < \lambda_j$: In diesem Fall wird die Diskriminante in Gleichung (22) positiv, d.h. ω ist reell. Es kommt nicht zum Gravitationskollaps, sondern es entstehen stationäre Wellen mit Dichtefluktuationen.

2) $\lambda > \lambda_j$: Hier ist die Diskriminante in Gleichung (22) negativ, wodurch sich als Lösung ein imaginäres ω ergibt. In diesem Fall kommt es zum Gravitationskollaps und damit zur Strukturbildung.

Es lässt sich also zusammenfassend sagen, dass Dichtefluktuationen auf Skalen, die größere Längen als die kritische Jeans-Länge aufweisen, nötig sind, damit es zum Strukturwachstum kommen kann. Bisher wurde bei der Störungsrechnung von einem konstanten Universum ausgegangen. Da sich das Universum jedoch ausdehnt, muss die Störungsrechnung im expandierenden Universum durchgeführt werden.

Im Ansatz muss dann für die Grundgrößen der Skalenfaktor a(t), der die Expansion des Universums beschreibt, mit einbezogen werden. Die gestörten Grundgrößen werden ebenfalls in die drei Gleichungen (14), (15), (16) eingesetzt. Die sich ergebenden Gleichungen können dann mittels Fourier-Transformation gelöst werden. Für die Wellenzahl ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$k_j = \frac{k^2 v_s^2}{a(t)} - 4\pi G \rho_0 \tag{23}$$

Nach Umformung der Gleichung (23) ergibt sich die Jeans-Länge:

$$\lambda_j = v_s \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}} \tag{24}$$

mit $\rho_0 = \rho_0(t)$.

Beim Vergleich der beiden Gleichnungen (21) und (24) wird deutlich, dass die Störungsrechnung mit expandierendem Universum das Ergebnis der Rechnung mit konstantem Universum reproduziert. Dichtefluktuationen oder Strukturen mit $\lambda > \lambda_j$ können wachsen.

Eine wichtige Größe zur Beschreibung von Strukturentwicklung ist die sogenannte Jeans-Masse. Sie folgt unmittelbar aus der Jeans-Wellenzahl bzw. -Länge und ist durch folgende Gleichung definiert:

$$M_j = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\pi}{k_j}\right)^3 \cdot \rho_0 = \frac{\pi^{5/2}}{6} \cdot \frac{v_s}{G^{3/2} \cdot \rho_0^{1/2}}$$
(25)

Mit Hilfe der Jeans-Masse lässt sich folgende Aussage treffen: Massen größer als die Jeans-Masse sind instabil gegen den Gravitationskollaps. Es sind also Massen, die größer als die Jeans-Masse sind, nötig, damit es zum Strukturwachstum kommt.

Bei näherer Betrachtung der Gleichnug (25) könnte der Eindruck entstehen, dass die kritische Jeans-Masse einen konstanten Wert hat. Dies ist nicht der Fall, da die mittlere Dichte, wie auch die Schallgeschwindigkeit Funktionen der Zeit sind:

$$\rho_0 = \rho_0(t) \,, \, v_s = v_s(t) \tag{26}$$

Somit ist die kritische Jeans-Masse ebenfalls eine Funktion der Zeit: $M_j = M_j(t)$.

Der zeitliche Verlauf der Jeans-Masse ist in Abbildung 8 zu sehen. In diesem Diagramm ist die Jeans-Masse in Einheiten der solaren Masse als Funktion der mittleren Energie T in eV aufgetragen. Die solare Masse, oder auch Sonnenmasse hat dabei einen Wert von $M_{\odot} = 1,989 \cdot 10^{30} kg$ [6, S.594]. Die abnehmende Energieskala entspricht dabei der zeitlichen Entwicklungsskala des Universums.

Die blaue Kurve beschreibt den Verlauf der Jeans-Masse und die rote Kurve die Entwicklung der Baryonischen Masse des Universums, welche auch Hubble-Masse genannt wird, innnerhalb des Ereignishorizontes.



Abbildung 8: Zeitliche Entwicklung der Jeans-Masse [24]

Im Vergleich sind hier die zeitliche Entwicklung der Jeans-Masse (blau) und der Baryonischen Masse des Universums (rot) aufgetragen. Beide Kurven steigen zunächst linear an, wobei die Jeans-Masse unterhalb der Baryonischen Masse liegt. Zum Zeitpunt der Rekombination findet ein starker Einbruch der Jeans-Masse mit darauf folgendem Abfall statt. Seit dem Einbruch ist die Baryonische Masse deutlich größer als die Jeans-Masse, da sie weiter linear ansteigt.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die Baryonische Masse bis zu dem Zeitpunkt, an dem die Jeans-Masse stark abfällt, unterhalb der kritischen Jeans-Masse liegt. Fluktuationen der baryonischen Dichte konnten also nicht aufgrund ihrer Eigengravitation wachsen.

Der starke Einbruch der kritischen Jeans-Masse fand mit der Rekombination statt. Zu diesem Zeitpunkt wurde das Universum für die Photonen durchsichtig und der Gasdruck und somit auch die Schallgeschwindigkeit nahmen dramatisch ab. Da die Jeans-Masse von der Schallgeschwindigkeit abhängt, sank diese zum Zeitpunkt der Rekombination von etwa $10^{19} \cdot M_{\odot}$ auf etwa $10^6 \cdot M_{\odot}$. Die Hubble-Masse war dann deutlich größer als die Jeans-Masse und Strukturen im Bereich der Masse von Galaxien konnten wachsen.

Als Konsequenz dieser Überlegungen wird deutlich, dass die Baryonische Materie also erst nach der Rekombination in sich wachsende Strukturen bilden konnte. Im Folgenden soll das Wachstum von Störungen im Falle von Massen, die größer als die Jeans-Masse sind, genauer betrachtet werden. Die Gleichungen (27) und (28) sind dabei [5, Kap.6, S.195] entnommen.

Für den Dichtekontrast im expandierenden Universum gilt:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + 2\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)\frac{d\delta}{dt} = \delta(4\pi G\rho_0 - v_s^2 k^2)$$
(27)

Der Druckterm kann vernachlässigt werden, da die Betrachtungen hier für das materiedominierte Universum nach der Rekombination durchgeführt werden. Mit der Annahme eines flachen Universums ($\Omega = 1$) und nach länglicher Rechnung ergibt sich folgender Zusammenhang für das Wachstum von Störungen:

$$\frac{\delta}{\delta_0} \sim \frac{R}{R_0} \sim 1 + z \tag{28}$$

Dabei ist z die Rotverschiebung.

Die Dichtefluktuationen im materiedominierten Universum wachsen also proportional zum Skalenfaktor R bzw. der Rotverschiebung z.

Mit dem Zusammenhang aus Gleichung (28) lässt sich die Größe der Dichtefluktuationen des heutigen Universums berechnen. Es ergibt sich folgende Gleichung:

$$\delta(z \approx 1000) \cdot (1+z) = \delta(z=0) \tag{29}$$

Setzt man nun die typischen Dichtefluktuationen der Baryonen aus der Messung der CMBR $(\delta_{primordial} \sim 10^{-5})$, bei $z \approx 1000$ ein, so folgt für den typischen Dichtekontrast in unserem Universum:

$$\delta(z=0) \approx 10^{-5} \cdot 10^3 = 10^{-2} \tag{30}$$

Der Dichtekontrast des heutigen Universums liegt nach dem Jeans-Modell also bei einem Wert von $\delta_{heute} \sim 10^{-2}$. Dieser Wert ist viel kleiner als der Dichtekontrast $\delta_{heute} \geq 1$, wie er z.B. in Galaxie-Durchmusterungen auf einer Skala von 1-100 Mpc beobachtet werden kann.

Da der Wert zu klein ist und das Jeans-Modell das Wachstum von Störungen im expandierenden Universum a priori richtig beschreibt, ist die Lösung des Problems, dass die Strukturen bereits vor der Rekombination begonnen haben müssen zu wachsen. Eine neue Art der Materie, die nicht mit Strahlung wechselwirkt, ist also nötig. Es ist von der Dunklen Materie die Rede. Wir stellen uns die Strukturbildung also folgendermaßen vor:

Zunächst kam es etwa in einer Phase bis $\leq 10^{-2}s$ nach dem Urknall zu Wachstum von Störungen nach Jeans. Die Dunkle Materie entkoppelte dann komplett von der Strahlung und es kam zum weiteren Wachstum der Störungen. Bei einer Rotverschiebung von $z \approx 1000$ herrschte ein nennenswerter Dichtekontrast δ für die dunkle Materie von $\delta \gg 10^{-5}$ vor. Im weiteren Verlauf "fielen" die Baryonen ab dem Zeitpunkt der Rekombination in die Gravitationstöpfe der Dunklen Materie und verstärkten dadurch das Wachstum von Strukturen. Die Dunkle Materie bildete sozusagen die Grundlage für die später einsetzende Strukturbildung der Baryonen [25].

4.2 Erweiterung: Dunkle Materie

Wir wissen nicht viel über die Dunkle Materie, es gibt jedoch einige Bedingungen, die wir an die Eigenschaften der Dunklen Materie stellen, damit sie für die obige Strukturentwicklung verantwortlich sein kann und nicht im Widerspruch zu anderen Beobachtungen, wie CMBR und BBN steht:

- Dunkle Materie sollte nicht-Baryonisch sein, also nicht mit Strahlung wechselwirken
- Sie sollte so früh entkoppelt haben, damit das Strukturwachstum weit vor der Rekombination beginnen konnte

Ein erster Kandidat für die Dunkle Materie sind die Neutrinos. Sie erfüllen all die Forderungen, die an die Dunkle Materie gestellt werden. Neutrinos sind nicht-Baryonische Teilchen, die schwach, aber nicht elektromagnetisch oder stark wechselwirken und eine endliche Ruhemasse besitzen, also auch gravitativ wechselwirken. Sie entkoppelten nach weniger als 1s nach dem Urknall bei einer mittleren Energie des Universums $E_{th} > 1 MeV$ [5, Kap.3, S.132]. Ihre Masse ist aufgrund von Neutrino-Oszillationen von null verschieden, in Laborexperimenten aber zu $m_{\nu} < 2, 2eV$ gemessen worden. D.h. sie sind zum Zeitpunkt der Entkopplung relativistische Teilchen. Deshalb werden sie auch Hot Dark Matter (HDM) genannt.

Durch die relativistische Bewegung der Neutrinos kommt es nur zu Strukturbildung auf relativ großen Skalen. Kleinskalige Dichtefluktuationen werden durch das freie Strömen der Neutrinos verhindert. Diesen Vorgang nennt man auch Ausschmierung von kleinen Strukturen auf einer Skala von Galaxienhaufen und kleiner.

Gleichungen (31) und (32) sind [5, Kap.6, S.198] entnommen.

Eine typische Skala für das Ausschmieren ist durch folgenden Zusammenhang gegeben:

$$\lambda_{FS} \simeq 30 (\Omega_X h^2)^{-1} \left(\frac{T_X}{T}\right)^4 Mpc \tag{31}$$

Hier sind Ω_X die Dichte und T_X die Temperatur, die der Energie entspricht, des entsprechenden schwach wechselwirkenden Teilchens. Für Neutrinos gilt $T_{\nu}/T \approx 0,71$.

Setzt man diesen Wert in Gleichung (31) ein, so ist ein Grenzwert für die Mindest-Masse einer von Neutrinos gebildeten Überdichte folgendermaßen gegeben:

$$M_{FS} \simeq 4 \cdot 10^{14} \left(\frac{m_{\nu}}{30eV}\right) \cdot M_{Sonne} \tag{32}$$

Dabei ist m_{ν} die Neutrino-Masse.

Strukturen mit kleinerer Masse werden von Neutrinos also ausgewaschen und somit verhindert.

Ein zweiter Kandidat für die Dunkle Materie ist die Cold Dark Matter (CDM), also nicht-relativistische Teilchen, die ebenfalls nur schwach und gravitativ wechselwirken. Diese Teilchen sind die sogenannten WIMPs (Weakly Interacting Massive Paricles) [26]. Deren Existenz wurde experimentell zwar noch nicht nachgewiesen, aber die supersymmetrischen Erweiterungen des Standardmodells beihnhalten die Möglichkeit ihrer Existenz.

Um die beiden Kandidaten für Dunkle Materie besser vergleich zu können, wird ein materietypischer Teil des Leistungsspektrums, die Transferfunktion eingeführt. Es gilt:

$$P(k,t) = a^{2}(t)P_{0}(k)T^{2}(k,a(t))$$
(33)

Hierbei ist P_0 das primordiale Leistungsspektrum, T(k, a) die Transferfunktion in Abhängigkeit von der Wellenzahl k und dem Skalenfaktor a.

In Abbildung 9 und 10 sind die Transferfunktionen T(k) der CDM und HDM als Funktionen der Wellenzahl k und die zugehörigen Leistungsspektren P(k) aufgetragen:



Abbildung 9: Transferfunktionen für Baryonische Materie, HDM, CDM, Iso Baryonischer Materie und Iso CDM [27, Fig. 19.4] Die Transferfunktion T(k) ist hier für verschiedene Materien über der Wellenzahl k aufgetragen.

Genauer sollen nur die Kurven der CDM und der HDM betrachtet werden. Beide Kurven fallen mit steigendem k ab, wobei die Kurve der HDM früher, bereits bei $k \approx 1$, gegen null geht.



Abbildung 10: Materietypische Leistungsspektren für HDM, CDM [23] Die Leistungsspektren P(k) sind hier für die verschiedenen Materien HDM und CDM logarithmisch über der Wellenzahl k aufgetragen. Die Kurve der HDM fällt viel früher und steiler ab als die der CDM. Bestünde die Dunkle Materie im Universum nur aus HDM, so würden keine Galaxien und Galaxien-Haufen existieren.

In Abbildung 9 ist gut erkennbar, dass die Transferfunktionen für die verschiedenen Materien stark variieren. Hier werden nur die beiden Kurven der Transferfunktionen von HDM und CDM genauer betrachtet.

Die Transferfunktion der HDM geht mit wachsender Wellenzahl früher und schneller gegen null, als die der CDM. Dieses Verhalten wird in der Grafik der Leistungsspektren (Abbildung 10) noch deutlicher. Bestünde die Dunkle Materie im Universum nur aus Neutrinos, so würden sich zuerst große Strukturen, wie Superhaufen und daraus dann kleinere Strukturen, wie Haufen und Galaxien bilden. Diese Vorstellung enspricht dem sogenannten "Pancake-Modell", welches gegen die Beobachtungen der vorhandenen Strukturen des heutigen Universums spricht. Dort ist eine Bildung von kleineren Strukturen hin zu größeren Strukturen beobachtbar. Ausserdem würde die Bildung von kleineren Strukturen durch den Prozess des freien Strömens der Neutrinos unterdrückt werden, wodurch Strukturen wie Galaxien im Neutrino-dominierten Universum nicht existieren könnten. Der freie Parameter des Anteils der Dunklen Materie kann also festgelegt werden, indem wir feststellen, dass unser Universum von CDM dominiert sein muss und nur zu einem kleinen Teil aus HDM, also z.B. Neutrinos besteht.

Betrachten wir das Leistungsspektrum in Verbindung mit der Neutrino-Masse etwas genauer, so stellen wir fest, dass die Kurve des Strukturbildungsmodells im Leistungsspektrum (Abbildung 9) für steigende Neutrino-Massen immer weniger einer Ausgleichsgeraden durch die Messpunkte der verschiedenen Messverfahren entspricht. Die Neutrino-Masse wird in diesen kosmologischen Modellen auf $m_{\nu} \leq 0, 1 eV$ abgeschätzt, wobei diese Obergrenze stark Modell-abhängig ist.

4.3 N-Körper-Simulationen

Die lineare Störungsrechnung nach Jeans kann nur bei kleinen Störungen von großen Rotverschiebungen bis zu einer Rotverschiebung von etwa z = 20 angewendet werden. Bis dahin ist die Verstärkung linear.

Bei größeren Amplituden der Dichtevariationen kommt es jedoch zur nicht-linearen Verstärkung von Störungen. Für diesen Fall wird mit der sogenannten N-Körper-Simulation gerechnet. Diese Simulationen sind ein numerisches Lösungsverfahren zur Betrachtung des Verhaltens von Fluktuationen im nicht-linearen System. Sie beschreiben die Entwicklung der Störungen ab einer Rotverschiebung von etwa z = 20 bis hin zu z = 0.

Bei den Simulationen wird ein Teil des expandierenden Universums in ein festgelegtes Volumenelement, meist einen Würfel, gelegt und mit periodischen Randbedingungen versehen. In diesem Würfel befinden sich N punktförmige Teilchen, die zu Beginn der Simulations-Rechnung bereits nach den Berechnungen entsprechend des Jeans-Modells verteilt sind. Unter der Annahme, dass die Teilchen nur über Gravitation wechselwirken, wird die zeitliche Entwicklung der Verteilung der Teilchen im Volumenelement berechnet. Die Strukturbildung wird also simuliert.

Die bekannteste Simulation ist die Millennium-Simulation. Alle im Folgenden genannten Daten zur Simulation sind [28] entnommen.

Die Millennium-Simulation wurde im Jahre 2005 durchgeführt. Dabei rechneten etwa 500 Prozessoren über einen Monat.

Der Würfel hat hier eine Kantenlänge von 2,1 Milliarden Lichtjahren, in dem sich 10 Milliarden Dunkle Materie-Teilchen befinden. Jedem Teilchen wird dabei eine Masse von etwa 1 Milliarde Sonnenmassen zugeordnet. Die Simulation startet deutlich nach der Rekombination, bei Werten von z=20.

In den folgenden Abbildungen sind Momentaufnahmen der Millennium-Simulation zu sehen. Neben der zeitlichen Entwicklung der Strukturen sind diese auch auf verschiedenen Größenskalen $(500 \frac{Mpc}{h}; 125 \frac{Mpc}{h}; 31, 25 \frac{Mpc}{h})$ zu sehen. Es ist neben der Rotverschiebung auch das Alter des Universums in der Einheit Gyr (Gigayear) angegeben. Ein Gigajahr entspricht 10^9 Jahren.



Abbildung 11: Momentaufnahmen der Millennium-Simulation [28]

Diese Abbildung zeigt Momentaufnahmen der Millenium-Simulation für z=18,3 und z=5,7 auf verschiedenen Größenskalen ($500\frac{Mpc}{h}$; $125\frac{Mpc}{h}$; $31, 25\frac{Mpc}{h}$). Simuliert wurde die Entwicklung der Strukturbildung mit Dunkler Materie unter dem Einfluss der Gravitation. Zu Beginn der Simulation sind die Dunkle Materie-Teilchen bereits nach den Berechnungen entsprechend des Jeans-Modells verteilt. Die Teilchen sind hell eingefärbt, sodass Teilchenansammlungen leuchten und Räume, in denen sich keine Teilchen befinden, dunkel sind.



Abbildung 12: Momentaufnahmen der Millennium-Simulation [28]

Diese Abbildung zeigt Momentaufnahmen der Millenium-Simulation für z=1,4 und z=0 auf verschiedenen Größenskalen $(500 \frac{Mpc}{h}; 125 \frac{Mpc}{h}; 31, 25 \frac{Mpc}{h})$. Hier sind die Strukturen der Dunklen Materie bereits deutlich ausgeprägt, da zu den Teilchenansammlungen im Laufe der Zeit immer mehr Teilchen fließen. Die Abbildung auf der Größenskala von $31, 25 \frac{Mpc}{h}$ bei z=0 zeigt eine Struktur, die einem Galaxie-Haufen des heutigen Universums entspricht.

Zu Beginn der Simulation bei z = 18,3 ist deutlich zu erkennen, dass die Teilchen bereits eine inhomognene Verteilung kleiner Fluktuationen entsprechend der Jeans-Rechnung aufweisen. Außerdem wird deutlich, dass, je weiter man vom heutigen Universum in die Vergangenheit geht, das Universum immer homogener erscheint.

In der zweiten Momentaufnahme bei z = 5,7 und der danach folgenden dritten Aufnahme bei z = 1,4 werden die zu Beginn leicht ausgeprägten Strukturen bereits deutlicher. Zu den Teilchenansammlungen fließen immer mehr Teilchen.

Die vierte und letzte Momentaufnahme bei z = 0 zeigt Strukturen, die den heute im Universum vorhandenen Strukturen entsprechen. Die Abbildung auf der Größenskala von $31, 25 \frac{Mpc}{h}$ zeigt eine Struktur, die einem Galaxie-Haufen des heutigen Universums entspricht.

Vergleicht man die errechneten Daten der Simulation mit den gemessenen Daten der Surveys, z.B. in einer graphischen Darstellung wie in Abbildung 11, so lässt sich sagen, dass die Simulationen die Struktur des Universums sehr gut beschreiben. Genau wie in der Darstellung der gemessenen Daten der Surveys sind in der Darstellung der errechneten Daten der Simulation die filamentartigen Strukturen der Superhaufen und der Leerräume zu erkennen.



Abbildung 13: Vergleich der Daten der Surveys und der Simulationen [23] Die Grafik zeigt einen Vergleich der tatsächlich gemessenen Daten des 2dFGRS und der errechneten Daten der Millenium-Simulation. Die Strukturen des 2dFGRS sind blau und die der Simulation rot eingefärbt. Das graphische Ergebnis der Simulation kommt dem Ergebnis des Surveys sehr nahe.

5 Zusammenfassung und Konsequenzen

Diese Arbeit ging der zentralen Frage nach, wie die Strukturbildung aus den primordialen Dichtefluktuationen bis hin zu den großskaligen Strukturen heute in der Entwicklung des Universums stattgefunden hat. In diesem Kapitel sollen die Erkenntnisse aus den vorherigen Kapiteln noch einmal kurz zusammengefasst werden.

Aus den Beobachtungen der CMBR ist bekannt, dass der Dichtekontrast im frühen Universum bei $\delta_{primordial} \sim 10^{-5}$ lag. Verschiedene Verfahren der Strukturanalyse liefern das Ergebnis, dass der Dichtekontrast des Universums heute bei $\delta_{heute} > 1$ liegt. Dabei kann der Wert des Dichtekontrastes je nachdem, welche Struktur betrachtet wird, stark variieren. Der Dichtekontrast des frühen Universums ist die Vergrößerung der Quantenfluktuationen, die vor der Inflation vorhanden waren.

Das Wachstum der Dichtefluktuationen des frühen Universums lässt sich mit der frühen Entkopplung der nicht-Baryonischen, also der Dunklen Materie erklären, wodurch es bereits vor der Rekombination zu Strukturbildung kommen konnte. Dieses Strukturwachstum der dunklen Materie aufgrund der Gravitation lässt sich gut mit dem Jeans-Modell beschreiben.

Ab dem Zeitpunkt der Rekombination folgt die Baryonische Materie den bereits vorhandenen Strukturen der Dunklen Materie.

Nicht-lineares Strukturwachstum lässt sich gut durch die N-Körper-Simulationen beschrieben.

Die gemessenen Daten der verschiedenen experimentellen Verfahren zur Strukturanalyse lassen sich im Leistungsspektrum quantifizieren.

Das erhaltene Leistungsspektrum stimmt gut mit dem Λ CDM-Modell überein. Die Bestandteile des heutigen Universums sind nach diesem Modell in Abbildung 14 dargestellt.



Abbildung 14: Anteile der vorhandenen Materie und Energie im heutigen Universum [10]
 Die Abbildung zeigt die Anteile der vorhandenen Materie und Energie im heutigen Universum nach dem ΛCDM-Modell. Danach besteht das Universum zu etwa 5% aus Baryonischer Materie, zu 0,01% aus CMB, zu 0,1-3% aus Neutrinos. Den größten Anteil machen die CDM mit etwa 25% und die Dunkle Energie mit etwa 70% aus.

Das heutige Universum besteht also nur zu etwa 5% aus Baryonischer Materie, also der Materie, die aus Atomen aufgebaut ist. Einen noch geringeren Anteil des Universums bilden die Kosmische Hintergrundstrahlung mit 0,01% und die Neutrinos mit 0,1-3%. Nach dem ΛCDM -Modell besteht das Universum, wie der Name bereits beinhaltet, zum größten Teil aus Kalter Dunkle Materie (25%) und Dunkler Energie (75%). Das ΛCDM -Modell wird durch die aktuellen Daten der WMAP verifiziert. Im Folgenden ist eine Tabelle mit den kosmologischen Parametern aus den Daten der WMAP zu sehen [2].

Description	Symbol	WMAP-only	$WMAP+BAO+H_0$			
Parameters	s for the Standard	ACDM Model ^a				
Age of universe	t ₀	$13.75\pm0.13~\mathrm{Gyr}$	$13.75\pm0.11~\mathrm{Gyr}$			
Hubble constant	H_0	$71.0\pm2.5~{ m km~s^{-1}~Mpc^{-1}}$	70.4 ^{+1.3} _{-1.4} km s ⁻¹ Mpc ⁻¹			
Baryon density	Ω_b	0.0449 ± 0.0028	0.0456 ± 0.0016			
Physical baryon density	$\Omega_b h^2$	$0.02258^{+0.00057}_{-0.00056}$	0.02260 ± 0.00053			
Dark matter density	Ω_c	0.222 ± 0.026	0.227 ± 0.014			
Physical dark matter density	$\Omega_c h^2$	0.1109 ± 0.0056	0.1123 ± 0.0035			
Dark energy density	Ω_{Λ}	0.734 ± 0.029	$0.728^{+0.015}_{-0.016}$			
Curvature fluctuation amplitude, $k_0 = 0.002 \text{ Mpc}^{-1b}$	Δ_R^2	$(2.43\pm 0.11)\times 10^{-9}$	$(2.441^{+0.088}_{-0.092}) \times 10^{-9}$			
Fluctuation amplitude at $8h^{-1}$ Mpc	σ_8	0.801 ± 0.030	0.809 ± 0.024			
Scalar spectral index	n_s	0.963 ± 0.014	0.963 ± 0.012			
Redshift of matter-radiation equality	Zeq	3196+134 -133	$3232~\pm~87$			
Angular diameter distance to matter-radiation eq.c	$d_A(z_{eq})$	14281 ⁺¹⁵⁸ ₋₁₆₁ Mpc	14238 ⁺¹²⁸ ₋₁₂₉ Mpc			
Redshift of decoupling	Z_*	$1090.79_{-0.92}^{+0.94}$	$1090.89^{+0.68}_{-0.69}$			
Age at decoupling	t_*	379164 ⁺⁵¹⁸⁷ ₋₅₂₄₃ yr	377730 ⁺³²⁰⁵ / ₋₃₂₀₀ yr			
Angular diameter distance to decoupling ^{c,d}	$d_A(z_*)$	14116 ⁺¹⁶⁰ ₋₁₆₃ Mpc	14073 ⁺¹²⁹ ₋₁₃₀ Mpc			
Sound horizon at decoupling ^d	$r_s(z_*)$	146.6 ^{+1.5} _{-1.6} Mpc	$146.2\pm1.1~{\rm Mpc}$			
Acoustic scale at decoupling ^d	$l_A(z_*)$	302.44 ± 0.80	302.40 ± 0.73			
Reionization optical depth	τ	0.088 ± 0.015	0.087 ± 0.014			
Redshift of reionization	Zreion	10.5 ± 1.2	10.4 ± 1.2			
Parameters for Extended Models ^e						
Total density ^f	$\Omega_{\rm tot}$	$1.080^{+0.093}_{-0.071}$	$1.0023^{+0.0056}_{-0.0054}$			
Equation of stateg	w	$-1.12^{+0.42}_{-0.43}$	-0.980 ± 0.053			
Tensor-to-scalar ratio, $k_0 = 0.002 \text{ Mpc}^{-1 \text{ b,h}}$	r	<0.36 (95% CL)	<0.24 (95% CL)			
Running of spectral index, $k_0 = 0.002 \text{ Mpc}^{-1\text{ b},i}$	$dn_s/d\ln k$	-0.034 ± 0.026	-0.022 ± 0.020			
Neutrino density ^j	$\Omega_{\nu}h^2$	<0.014 (95% CL)	<0.0062 (95% CL)			
Neutrino mass ^j	$\sum m_{\nu}$	<1.3 eV (95% CL)	<0.58 eV (95% CL)			
Number of light neutrino familiesk	$N_{\rm eff}$	>2.7 (95% CL)	$4.34_{-0.88}^{+0.86}$			

Abbildung 15: Tabelle der kosmologischen Parameter aus den Daten der WMAP [2, Tabelle 8]

Die Anteile der vorhandenen Materie und Energie im heutigen Universum sind danach:

$$\Omega_b = 0,0449 \pm 0,0028 \tag{34}$$

$$\Omega_c = 0,222 \pm 0,026 \tag{35}$$

$$\Omega_{\Lambda} = 0,734 \pm 0,029 \tag{36}$$

Hier sind Ω_b die Dichte der Baryonische Materie, Ω_c die Dichte der CDM und Ω_{Λ} die Dichte der Dunklen Energie im Universum.

Die gemessenen Daten entsprechen also den Anteilen der vorhandenen Materie und Energie im ΛCDM -Modell. Somit ist das ΛCDM -Modell das kosmologische Modell, welches die aus den Messungen erhaltenen Informationen über das Universum, passend beschreibt. Das ΛCDM -Modell liefert die gesuchte Best-Fit-Kurve aus Abbildung 7.

Durch das Beschreiben der Entstehung von Strukturen und deren Entwicklung im Universum, erhält man nicht nur Aufklärung über die Vergangenheit des Universums, sondern auch Informationen über dessen Entwicklung bis hin zur Gegenwart.

Die zentrale Frage nach Strukturbildung im frühen Universum konnte zwar beantwortet werden, es entsteht aber gleichzeitig die neue Frage nach den Eigenschaften der Dunklen Energie und der Dunklen Materie. Nur der kleine Teil der Baryonischen Materie des Universums ist bisher bekannt und gilt als verstanden.

Literatur

- YOSHIDA, Naoki: Structure Formation in The Early Universe. arXiv:0906.4372v1, Juni 2009
- JAROSIK, N.; BENNETT, C.L.; DUNKLEY, J.; GOLD, B.; GREASON, M. R.; HALPERN, M.; HILL, R. S.; HINSHAW, G.; KOGUT, A.; KOMATSU, E.; LARSON, D.; LIMON, M. ; MEYER, S. S.; NOLTA, M. R.; ODEGARD, N.; PAGE, L.; SMITH, K.M.; SPERGEL, D. N.; TUCKER, G. S.; WEILAND, J. L.; WOLLACK, E.; WRIGHT, E. L.: Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Sky Maps, Systematic Errors, and Basic Results. Astrophysical Journal Supplement Series, 192:14 (15pp), 2011 February, doi:10.1088/0067-0049/192/2/14, 2011
- [3] HÜFNER, JÖrg ; LÖHKEN, Rudolf: *Physik ohne Ende Eine geführte Tour von Koper*nikus bis Hawking. Weinheim : WILEY-VCH Verlag GmbH& Co.KGaA, 2010
- [4] UNSÖLD, Albrecht ; BASCHEK, Bodo: Der neue Kosmos. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1999
- [5] KLAPDOR-KLEINGROTHAUS, Hans V.; ZUBER, Kai: *Teilchenastrophysik*. Stuttgart : B.G. Teubner, 1997
- [6] BLOME, Hans J.; DUERBECK, Hilmar; FEITZINGER, Johannes V.; HOELL, Josef; PRIESTER, Wolfgang; SCHEFFLER, Helmut; SPEER, Fridtjof: Sterne und Weltraum. Berlin: Walter de Gruyter &Co., 2002
- [7] BAUM, S. A.; LAOR, A.; O'DEA, C. P.; MACK, J.; KOEKEMOER, A.: HST/STIS Spectroscopy of the Ly-alpha Emission Line in the Central Dominant Galaxies in A426, A1795, and A2597: Constraints on Clouds in the Intracluster Medium. arXiv:astroph/0506274v1, Astrophys.J. 632 (2005) 122-136, 2005
- [8] MESCHEDE, Dieter: Gerthsen Physik. Springer-Verlag Berlin, 2006
- BI, HongGuang; DAVIDSEN, Arthur F.: Evolution of Structure in the Intergalactic Medium and the Nature of the Ly-alpha Forest. arXiv:astro-ph/9611062v3, 1996
- [10] http://www.weltderphysik.de
- [11] BÖRNER, Gerhard: The Early Universe Facts and Fiction. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003
- [12] http://www2.aao.gov.au/2dFGRS/
- [13] PEACOCK, J. A.; COLLESS, M.; BALDRY, C. B.; BLAND-HAWTHORN, J.; BRIDGES, T. J.; CANNON, R.; COLE, S.; COLLINS, C. A.; COUCH, W.; DALTON, G. B.;

PROPRIS, R. D.; DRIVER, S. P.; EFSTATHIOU, G.; ELLIS, R. S.; FRENK, C. S.; GLAZEBROOK, K.; JACKSON, C. A.; LAHAV, O.; LEWIS, I. J.; LUMSDEN, S.; MADDOX, S. J.; MADGWICK, D.; NORBERG, P.; PERCIVAL, W.; PETERSON, B. A.; SUTHERLAND, W. J.; TAYLOR, K.: *Studying large-scale structure with the 2dF Galaxy Redshift Survey.* arXiv:astro-ph/0204239v2, 2002

- [14] http://www.sdss.org
- [15] GOTT, J. R.; JURIC, Mario; SCHLEGEL, David; HOYLE, Fiona; VOGELEY, Michael ; TEGMARK, Max; BAHCALL, Neta; BRINKMANN, Jon: A Map of the Universe. arXiv:astro-ph/0310571v2, 2005
- [16] http://www.wikipedia.org
- [17] PIRES, S.; STARCK, J.-L.; REFREGIER, A.: Light on Dark Matter with Weak Gravitational Lensing. arXiv:0908.4157v1, 2009
- [18] WILLIAMSON, Jessica L.; OLUSEYI, Hakeem M.; ROE, Natalie: Development of Charged-Coupled Devices for Precision Cosmology and the Supernova Acceleration Probe Satellite. Journal of Young Investigators, http://www.jyi.org/, 2007
- [19] http://wmap.gsfc.nasa.gov/universe/
- [20] DREXLIN, Guido: Vorlesung Astroteilchenphysik 1. KIT WS 2010/11
- [21] KOFMAN, Lev; LINDE, Andrei; MUKHANOV, V.: Inflationary Theory and Alternative Cosmology. arXiv:hep-th/0206088v2, JHEP 0210:057,2002, 2002
- [22] GREENE, Brian: Der Stoff, aus dem der Kosmos ist. Pantheon Verlag, 2006
- [23] FRENK, Carlos S.: The formation of cosmic structure, nach M. Tegmark. Astrophysical Journal 606, (2004)702, ISAPP 2004
- [24] HANNESTAD, Steen: Cosmology and Neutrinos. http://astroteilchenschule.physik.unierlangen.de/schule2010/, AARHUS University
- [25] SPRINGEL, V.; FRENK, C. S.; WHITE, S. D. M.: The large-scale structure of the Universe. arXiv:astro-ph/0604561v1, 2006
- [26] COLLABORATION, The Super-Kamiokande: Search for dark matter WIMPs using upward through-going muons in Super-Kamiokande. arXiv:hep-ex/0404025v2, 2004
- [27] OLIVE, K.A.; PEACOCK, J.A.: Big Bang Cosmology. Particle Data Group, 2010
- [28] http://www.mpa-garching.mpg.de