



**Untersuchung des dreifach differentiellen
Wirkungsquerschnitts der Z +Jet Produktion
auf PDF-Sensitivität**

BACHELORARBEIT

an der Fakultät für Physik des
Karlsruher Instituts für Technologie (KIT)

von

Bettina Schillinger

21. Dezember 2016

Erstgutachter: Prof. Dr. Günter Quast

Zweitgutachter: Dr. Klaus Rabbertz

Betreuender Mitarbeiter: Dr. Georg Sieber

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretische Grundlagen	5
2.1	Grundlagen der Quantenchromodynamik	5
2.2	Partonverteilungsfunktionen	7
2.3	Z-Bosonen an Hadron-Beschleunigern	10
2.4	Betrachtete Observablen	11
2.5	Selektion der Z+Jet Ereignisse	12
3	Technisches Framework	15
3.1	Sherpa	15
3.2	Rivet	16
3.3	fastNLO	17
4	Studien zur PDF-Sensitivität des Z+Jet Wirkungsquerschnitts	19
4.1	Dreifachdifferentieller Wirkungsquerschnitt der Z+Jet Produktion	19
4.2	Bestimmung der PDF-Unsicherheiten	24
4.3	Korrelation zwischen PDFs und Wirkungsquerschnitt	31
4.4	Skalenunsicherheit	36
4.5	Untersuchung der beitragenden Subprozesse in der Z+Jet Produktion	40
5	Fazit und Ausblick	49
A	Zusätzliche Abbildungen	51
A.1	Korrelation mit der Seequark-PDF	54
A.2	Korrelation mit der u-Valenzquark-PDF	56
A.3	Korrelation mit der d-Valenzquark-PDF	58
B	Abbildungsverzeichnis	61

Kapitel 1

Einleitung

„Aus welchen Bausteinen ist die Welt aufgebaut?“ – Dieser Frage nachzugehen treibt nach wie vor Generationen von Wissenschaftlern an, stetig ihre Theorien und Modelle zu überprüfen, weiterzuentwickeln oder gegebenenfalls zu verwerfen. Mit immer präziseren Messungen an Teilchenbeschleunigern, bei höheren Schwerpunktsenergien als je zuvor, eröffnet sich die Möglichkeit, die grundlegenden Bestandteile aller Materie noch genauer zu untersuchen und besser zu verstehen. Der exakte Aufbau des Protons ist bis heute nicht komplett verstanden. Einst wurde es als elementar angesehen, bis sich herausstellte, dass es aus drei Quarks aufgebaut ist, welche ihrerseits im Standardmodell Elementarteilchen darstellen. In hoch energetischen Teilchenkollisionen an modernen Beschleunigern, wie beispielsweise dem Large Hadron Collider, zeigt sich, dass diese drei Valenzquarks, zwei *up* und ein *down*-Quark, zur Beschreibung des Protons nicht ausreichen. Neben den drei Valenzquarks tragen außerdem Partonen, wie Feynman die punktförmigen Konstituenten des Protons im sogenannten Partonmodell nannte [1], zum Protonimpuls bei.

Bereits Ende der 70er Jahre wurde am DESY (Deutsches Elektronen-Synchrotron) in Hamburg das Gluon nachgewiesen. Dies geschah im Rahmen von Experimenten mit Elektron-Positron-Kollisionen, wie sie beispielsweise am PETRA-Beschleuniger durchgeführt wurden [2, 3]. Ebenda wurden bis 2007 mit dem HERA-Speicherring Elektron-Proton-Kollisionen untersucht [4]. Auch diese liefern wichtige Informationen über den Aufbau des Protons.

Quarks und Gluonen, die Bestandteile des Protons, unterliegen der starken Wechselwirkung und werden daher mithilfe der Quantenchromodynamik beschrieben. Ihnen wird zusätzlich zu den aus der Quantenmechanik bekannten Quantenzahlen wie Spin, Isospin oder Seltsamkeit (engl.: strangeness) noch eine weitere Quantenzahl, die sogenannte Farbe, zugeordnet. Die Einführung dieser Quantenzahl wurde nötig, um das 1951 entdeckte Δ^{++} Baryon korrekt zu beschreiben [5].

Aufgrund seiner für alle drei Quarks identischen Flavor- und Spinquantenzahlen, schien dieses Teilchen das Pauli-Prinzip zu verletzen [6]. Da Quarks ein halbzahliger Spin zugeordnet wird, sind sie Fermionen. Daher ist es nicht erlaubt, dass sich innerhalb des Baryons alle Quarks in ein und demselben Quantenzustand befinden.

Um diese Widersprüchlichkeit aufzulösen, liefert die Farbquantenzahl mit den drei möglichen Werten rot, grün und blau einen weiteren Freiheitsgrad. Für die Charakterisierung der Antiteilchen werden entsprechende Antifarben verwendet. Hiermit wurde eine neue Eichtheorie, die Quantenchromodynamik (QCD), als Theorie der starken Wechselwirkung entwickelt.

Um mehr über die Struktur des Protons zu erfahren, werden im Rahmen dieser Arbeit hoch energetische Protonkollisionen simuliert und unter verschiedenen Gesichtspunkten ausgewertet. Dazu werden in den folgenden Abschnitten [2.1](#) und [2.2](#) die grundlegenden Aspekte der QCD und der Partonverteilungsfunktionen eingeführt. Die für die Studien nötigen Grundlagen des betrachteten Z+Jet Prozesses, sowie die untersuchten Observablen, werden in Kapitel [2](#) erläutert. In Kapitel [3](#) werden anschließend die zur Auswertung genutzten Werkzeuge erklärt. Die durchgeführten Analysen mitsamt entsprechenden Darstellungen folgen in Kapitel [4](#), und schließlich in Kapitel [5](#) die Zusammenfassung der Ergebnisse.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Grundlagen der Quantenchromodynamik

Die Quantenchromodynamik ist die Theorie der starken Wechselwirkung. Sie unterscheidet sich aufgrund der 'laufenden' Kopplungskonstante α_s grundlegend von den anderen fundamentalen Wechselwirkungen. Wie in Abbildung 2.1 dargestellt, nimmt die Stärke der Kopplung mit zunehmendem Abstand der beteiligten Partonen zu. Dieses Phänomen wird *Confinement* genannt und ist der Grund, weshalb Quarks, die grundlegenden Bausteine der uns bekannten Materie, nicht als freie Teilchen beobachtet werden können. Gleichzeitig führt die laufende Kopplungskonstante α_s bei sehr kurzen Abständen, beziehungsweise großen Energien, zur *asymptotischen Freiheit*. Das bedeutet, dass die Partonen im Proton auf dieser Energieskala näherungsweise als freie Teilchen betrachtet werden können.

Aufgrund der drei möglichen Farbzustände, stützt sich die QCD auf die SU(3) Symmetriegruppe und besitzt somit acht Generatoren [5]. Dies sind die sogenannten Gell-Mann-Matrizen. Sie können mit den Gluonen, den Austauschteilchen der starken Wechselwirkung, identifiziert werden.

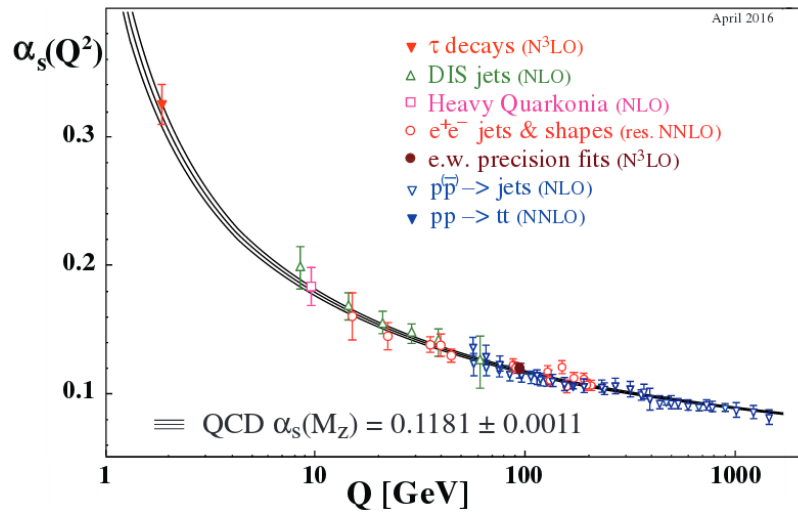


Abbildung 2.1: 'Laufende' Kopplungskonstante α_s der starken Wechselwirkung, [7]

Faktorisierungstheorem

Bei Kollisionen an Teilchenbeschleunigern ist der Wirkungsquerschnitt σ eine zentrale Größe. Differentiell nach dem Raumwinkel Ω , ist diese Observable ein Maß für das Verhältnis von einlaufender Primärstrahlung S_{prim} und am Target gestreuter, in den Raumwinkel Ω auslaufender Sekundärstrahlung S_{sek} [8]. Die dazugehörige Formel ist Gleichung (2.1) zu entnehmen. Der totale Wirkungsquerschnitt σ in Gleichung (2.2) ergibt sich entsprechend durch Integration über den gesamten Raumwinkel Ω .

Eine wichtige Eigenschaft des Wirkungsquerschnitts in der QCD ist die Tatsache, dass zu dessen Berechnung das Faktorisierungstheorem der Quantenchromodynamik [6] aus Gleichung (2.3) angewandt wird.

Demnach setzt sich der Wirkungsquerschnitt σ zusammen aus dem Integral über die Partonverteilungsfunktionen $f_p(x_i, \mu)$ der zur Kollision gebrachten Protonen, multipliziert mit dem Matrixelement $\hat{\sigma}_{ij}$ der sogenannten harten Kollision, welches störungstheoretisch berechnet werden kann:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{S_{sek}(\Omega)}{S_{prim}} \quad (2.1)$$

$$\sigma = \int_{4\pi} \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (2.2)$$

$$\sigma = \sum_{i,j} \int \int dx_1 dx_2 f_i(x_1, \mu_F) f_j(x_2, \mu_F) \times \hat{\sigma}_{ij}(x_1, x_2, \alpha_s(\mu_R), \mu_R, \mu_F) \quad (2.3)$$

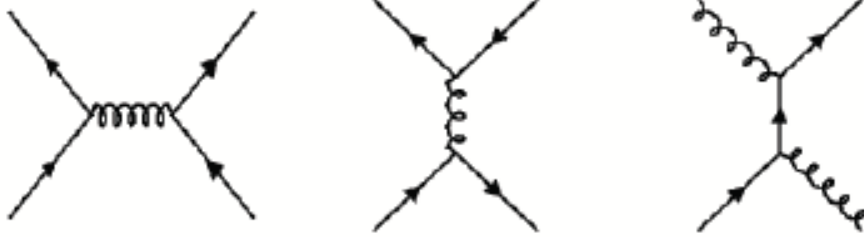
Die Indizes i und j stehen dabei für die betrachteten Partonen des Protons, wobei 1 und 2 die beiden kollidierenden Protonen kennzeichnen.

Die mit μ_R und μ_F bezeichneten Variablen entsprechen der Renormierungs- beziehungsweise Faktorisierungsskala. Die Kopplungskonstante α_s ist abhängig von der Renormierungsskala μ_R [9]. Bei Betrachtung aller Ordnungen des Prozesses würde die Wahl von μ_R ihren Einfluss auf die Ergebnisse verlieren. Als Faktorisierungsskala μ_F wird üblicherweise die Energieskala des harten Prozesses gewählt.

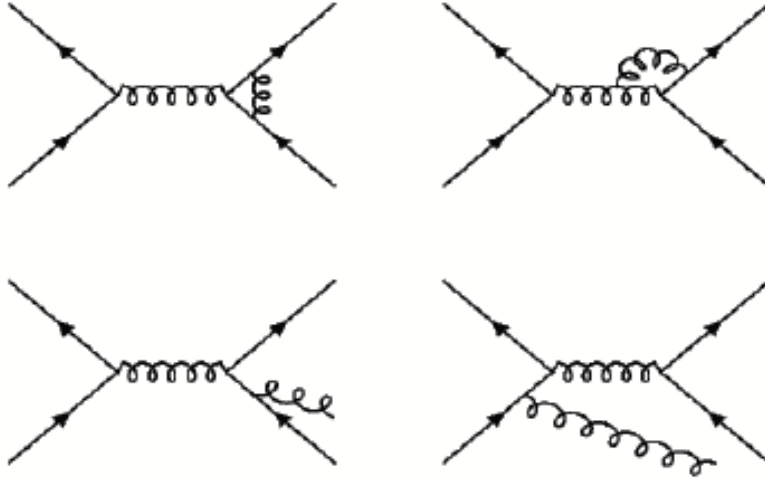
Der störungstheoretisch berechenbare Teil des Wirkungsquerschnitts, die Matrixelemente $\hat{\sigma}_{ij}$, lässt sich in Potenzen der Kopplungskonstante α_s entwickeln. Dabei wird die Eigenschaft der QCD genutzt, dass die Kopplungskonstante α_s für große Energien Q abfällt und in diesen Regionen $\alpha_s \ll 1$ gilt (vgl. Abbildung 2.1). Für eine Energie der Größenordnung der Z-Boson-Masse $M_Z \approx 91$ GeV ergibt sich beispielsweise [7]:

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.1181 \pm 0.0011 \quad (2.4)$$

In der vorliegenden Arbeit wird die Störungsreihe bis zur nächstführenden Ordnung in α_s (NLO) betrachtet. Einige der zu den in diesem Rahmen möglichen Prozessen der starken Wechselwirkung gehörenden Feynmangraphen sind in Grafik 2.2 abgebildet.



(a) Beispiele für QCD-Feynmangraphen des Prozesses $pp \rightarrow \text{jets}$ in führender Ordnung (LO) in α_s



(b) Beispiele für QCD-Feynmangraphen des Prozesses $pp \rightarrow \text{jets}$, die zur nächsthöheren Ordnung in α_s (NLO) beitragen

Abbildung 2.2: Feynmandiagramme der Prozesse der starken Wechselwirkung zwischen Quarks und Gluonen. [10]

Es existieren verschiedene mögliche Prozesse in führender Ordnung (LO) in α_s , siehe Abbildung 2.2a. Hinzu kommen Korrekturen aus der nächsthöheren Ordnung (NLO), wofür in Grafik 2.2b stellvertretend einige Beispiele abgebildet sind. Zu einem Matrixelement gehören dabei jeweils alle Prozesse, welche die gleichen Endzustände liefern.

2.2 Partonverteilungsfunktionen

Um den Aufbau der Protonen zu beschreiben, werden Partonverteilungsfunktionen (engl. parton distribution functions, PDFs) verwendet. Die Partonverteilungsfunktionen (PDFs) beschreiben die Struktur des Protons. Sie geben an, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Parton eines bestimmten Flavours (Quark oder Gluon), das einen gewissen Impulsbruchteil x_i des Protons trägt, im Proton zu finden ist. Die PDFs werden jeweils auf einer

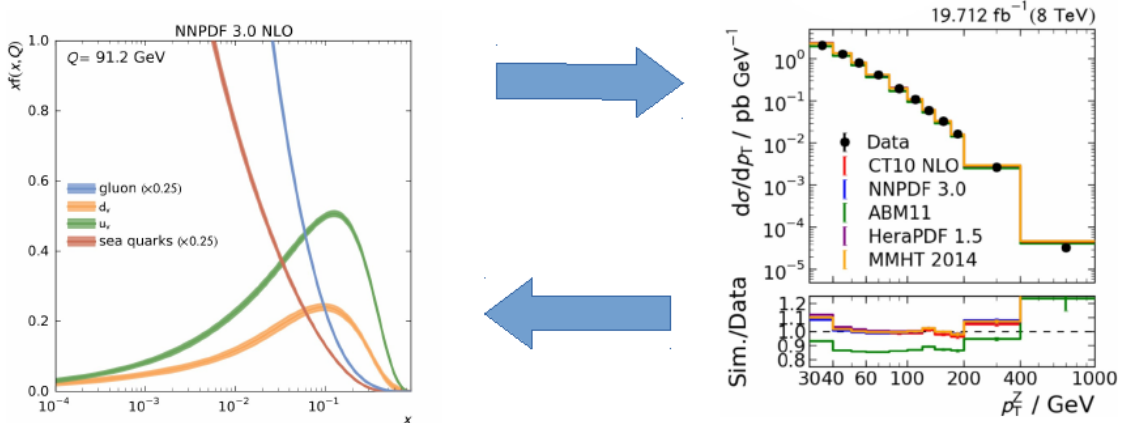


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung des Vorgehens zur Verbesserung der Genauigkeit der PDFs. Links: eine PDF der NNPDF-Gruppe. Rechts dargestellt: der beispielhafte Vergleich von experimentellen Daten mit den PDF-Vorhersagen unterschiedlicher Gruppen. Eine Erhöhung der PDF-Präzision wird durch Wiederholen dieses Kreisvorgangs erreicht. Die ursprünglichen Abbildungen sind [6] entnommen.

bestimmten Energieskala Q betrachtet. Als Konvention zur Bestimmung der PDFs wird eine kleine Skala $\mu_F = Q_0$ von wenigen GeV verwendet [5]. Auf dieser werden d Parameter $\{a_k\}$ mit $k = 1 \dots d$ zur Charakterisierung der PDF f_i festgelegt. Mithilfe von speziellen Differentialgleichungen, den DGLAP-Gleichungen [11], kann anschließend von dieser ursprünglichen PDF bei Q_0 auf jede andere beliebige Energieskala Q geschlossen werden.

Die PDFs $f_i(x, \mu_F)$ können nicht störungstheoretisch berechnet werden. Daher wird ein anderer Ansatz gewählt. Aus bereits gewonnen Erkenntnissen über das Proton, wie sie beispielsweise das HERA-Experiment liefert, werden erste Annahmen zur Beschreibung des Protonenaufbaus getroffen. HERA untersuchte Elektron-Proton-Kollisionen [4]. Der Vorteil gegenüber anderen Experimenten liegt darin, dass hier nur die Struktur des Protons unbekannt ist, während das Elektron ein Elementarteilchen ohne bekannte Substruktur darstellt. Am LHC hingegen werden zwei Hadronen (Protonen) zur Kollision gebracht, womit beide Teilchen einen unbekannten Aufbau besitzen.

Die derzeitige Vorgehensweise, um den Aufbau der Protonen nach und nach genauer zu verstehen besteht darin, die mit bestimmten Annahmen aufgestellten Partonverteilungsfunktionen f_i mit Datensätzen aus Experimenten zu vergleichen und sie entsprechend anzupassen. Diese Art von Kreisprozess ist in Abbildung 2.3 schematisch dargestellt.

Verschiedene Gruppen liefern jeweils Sammlungen von Verteilungsfunktionen, sogenannte PDF Sets. Genannt seien hier die NNPDF, CTEQ oder die MMHT-Gruppe. Beispielhaft ist in Abbildung 2.4 eine PDF der NNPDF-Gruppe in NLO dargestellt. Sie zeigt die Verteilungsfunktionen $x \cdot f_i(x, Q^2)$ für die drei Partonarten Gluon, sowie Up- und Downquark bei einer Energieskala von $Q^2 = (2 \text{ GeV})^2$. Auf der Abszisse ist der Anteil x_i des jeweiligen Partons i am Gesamtimpuls des Protons dargestellt. Es ist zu erkennen, dass

das Proton auf dieser Energieskala zwar auch durch eine große Anzahl an Gluonen beschrieben wird, diese jedoch jeweils bloß einen sehr geringen Impulsbruchteil des Protons tragen. Der Anstieg der Up- und Downquark-PDF bei niedrigen Impulsanteilen x_i ist den Seequarks zuzuschreiben. Desweiteren sind in Regionen höherer x_i deutlich zwei Peaks zu erkennen. Diese sind den Valenzquarks zuzuordnen. Da das Proton aus zwei Up- und einem Downquark aufgebaut ist, ist der Peak für die Upquark-PDF etwa doppelt so hoch wie für die Downquark-PDF.

Auf größeren Energieskalen spielen vermehrt die Gluonen und die Seequarks die dominierende Rolle in der PDF [5]. Um diesen Einfluss besser verstehen zu können, ist es nötig, die PDFs f_i auch in bisher wenig verstandenen Regionen besonders niedriger und besonders hoher x genauer zu bestimmen. In dieser Arbeit werden daher anhand von Monte-Carlo-Ereignissen verschiedene Phasenraumbereiche im Wirkungsquerschnitt des Z+Jet Prozesses untersucht, um herauszufinden, welche Bereiche besonders sensitiv auf Änderungen in den PDFs sind.

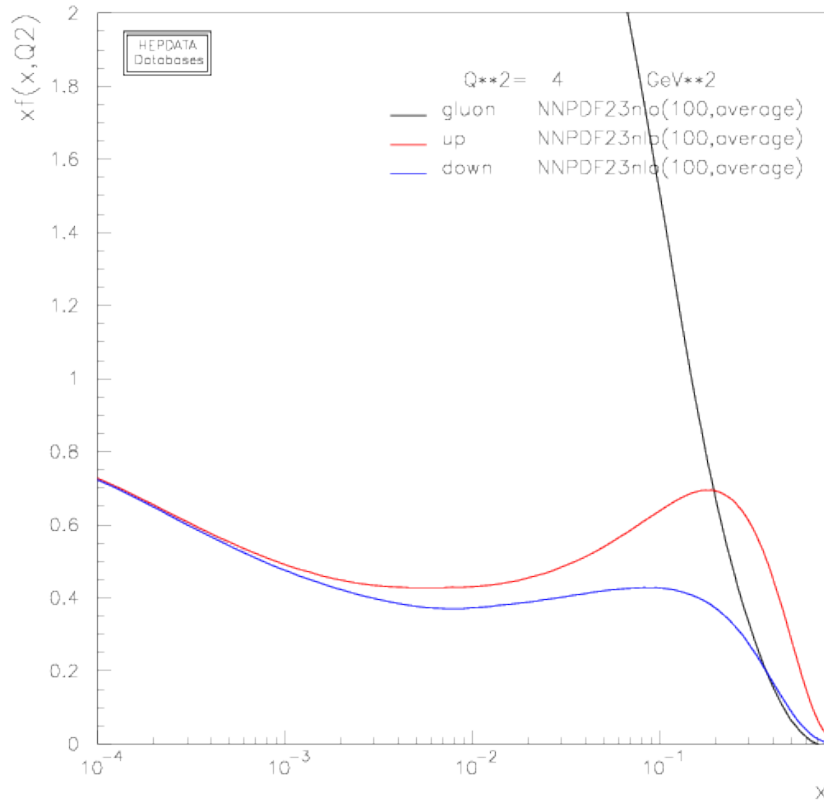


Abbildung 2.4: Beispiel einer Partonverteilungsfunktion (NNPDF 2.3) für die verschiedenen Partonsorten Gluon, Up-Quark und Down-Quark. Gezeichnet mit [12].

2.3 Z-Bosonen an Hadron-Beschleunigern

Z-Bosonen sind neutrale Eichbosonen. Sie sind die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung. Entdeckt wurden diese Teilchen innerhalb der UA1 und UA2 Experimente am Super Proton Synchrotron (CERN) [13, 14]. Die Eigenschaften des Z-Bosons sind sehr genau bekannt. Vermessungen hierzu fanden am großen Elektron-Positron-Speicherring LEP (CERN) statt [15]. Die Z-Masse beträgt nach aktuellem Wert der Particle Data Group [7]:

$$91.1876 \pm 0.0021 \text{ GeV} \quad (2.5)$$

Am LHC werden Z-Bosonen hauptsächlich durch den Drell-Yan-Prozess, welcher in Abbildung 2.5 dargestellt ist, erzeugt [16]. Es folgt der Zerfall in ein positiv und ein negativ geladenes Lepton. Im hier betrachteten Fall handelt es sich dabei um Myonen. Diese sind im Detektor deutlich nachweisbar [6]. Aufgrund der Möglichkeit zur präzisen Messung der Myonen, ist eine klare Rekonstruktion des Z-Bosons möglich. Deshalb wird als Prozess, anhand dessen die in Kapitel 4 folgenden PDF-Studien durchgeführt werden, der Z+Jet Prozess gewählt.

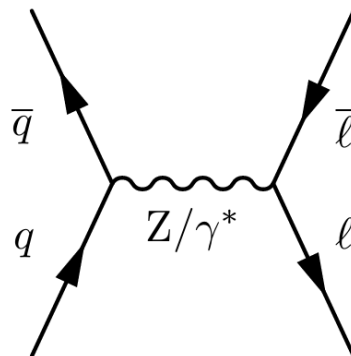


Abbildung 2.5: Feynmandiagramm für den Drell-Yan-Prozess. Ein Z-Boson entsteht aufgrund von Quark-Antiquark-Annihilation und zerfällt anschließend in zwei Leptonen. [6]

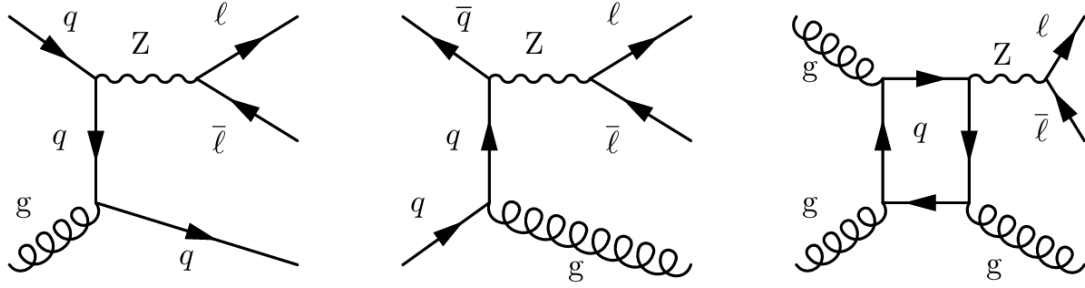


Abbildung 2.6: Möglichkeiten zur Z+Jet Produktion [6]

Aufgrund der laufenden Kopplungskonstante α_s findet nach einer Kollision Fragmentierung von farbgeladenen Teilchen statt, in der innerhalb von Paarerzeugung und -vernichtung Quark-Antiquark-Paare, sowie Gluonen auftreten. Diese Teilchen, die alle in annähernd gleiche Richtung im Detektor fliegen, werden als Jet bezeichnet. Da in der vorliegenden Arbeit nicht auf Hadronisierung eingegangen wird, werden auch die Jets nur auf Partonlevel betrachtet, wo sie aus Quarks und Gluonen bestehen.

Vor der Kollision ist der Transversalimpuls beider Protonen vernachlässigbar. Dementsprechend verlaufen die Partonen näherungsweise longitudinal zur Strahlachse. Falls nach der Kollision ein Z-Boson mit endlichem Transversalimpuls detektiert wird, muss es wegen geltender Impulserhaltung bei den betrachteten Ereignissen ein Objekt geben, welches den auftretenden Transversalimpuls des Z-Bosons ausgleicht und für Impulserhaltung in der Transversalebene sorgt. Dies kann ein W- oder weiteres Z-Boson sein, aber am häufigsten ist es ein Jet.

In den in Abbildung 2.6 dargestellten Feynman-Diagrammen sind verschiedene Möglichkeiten zur Z+Jet Produktion dargestellt [6]. Die Richtung des Jets ist im Detektor gut bestimmbar. Wegen der Eigenschaften des Jets, dass zum Beispiel ein Gluon abgestrahlt werden kann, stellt die Energieauflösung eine größere Herausforderung dar. Deshalb wird in der in Abschnitt 3.2 erklärten Rivet-Analyse nur die Jetrapidität y_{Jet} betrachtet.

2.4 Betrachtete Observablen

Um den Phasenraum der untersuchten Z+Jet Ereignisse sinnvoll einzuteilen, werden drei Variablen verwendet. So geschieht die Analyse anhand des Transversalimpulses $p_{T,Z}$ des Z-Bosons, sowie dessen Rapidität y_Z und zudem anhand der Rapidität y_{Jet} des Jets. Damit wird der Wirkungsquerschnitt σ , der stets Gegenstand der Studien ist, dreifach-differentiell in diesen Variablen betrachtet.

Die Wahl dieser Observablen ist technisch begründet: Aufgrund der guten Impulsauflösung des aus den Myonen rekonstruierten Z-Bosons bietet sich der Transversalimpuls $p_{T,Z}$ als geeignete Observable an. Für den Jet hingegen gilt, dass die Impulsauflösung weniger präzise ist. Wegen der vergleichsweise hohen Richtungsauflösung wird hier die Rapidität y_{Jet} des Jets als Observable bevorzugt. Im Falle von masselosen Teilchen kann

anstelle der anhand von Gleichung (2.6) berechneten Rapidität y die Pseudorapidität η verwendet werden. Hierbei steht E für die Teilchenenergie und p_z für den longitudinalen Impuls des Teilchens entlang der Strahlachse z .

Die Pseudorapidität η hängt, wie in Formel (2.7) gezeigt, nur von dem Winkel Θ zwischen Strahlachse und Jet-Richtung ab.

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right) \quad (2.6)$$

$$\eta = - \ln \left(\tan \frac{\Theta}{2} \right) \quad (2.7)$$

2.5 Selektion der Z+Jet Ereignisse

Entsprechend der Detektoreigenschaften werden in der Rivet-Analyse einige Beschränkungen für die Bereiche der untersuchten Observablen implementiert.

Für das Z-Boson werden nur Impulse größer als 30 GeV berücksichtigt, genau wie in den später gefüllten und anschließend in Kapitel 4 ausgewerteten Histogrammen.

Der Z-Rapiditätsschnitt bei $|y_Z| < 2.4$ hängt mit der Detektorgeometrie zusammen. Werte über $|y| = 2.4$ sind nicht mehr mit ausreichender Präzision messbar, da sich das Z-Boson dann nahezu entlang der Strahlachse bewegt. Da das Z-Boson aus den Myonen rekonstruiert wird, müsste für höhere Rapiditäten auch ein Myon mit höherer Rapidität gemessen werden und diese sind im Vorwärtsbereich mangels Myonkammern nicht detektierbar. Entsprechend werden auch in den Histogrammen nur Rapiditätswerte bis $|y_Z| = 2.4$ berücksichtigt.

Der Schnitt für die Rapidität des Jets ist mit $|y_{\text{Jet}}| < 4.7$ großzügiger gewählt als für das Z-Boson. Daher werden in den vom Generator erzeugten Ereignissen auch Jets mit größerer Rapidität gefunden. Da die Messung von Jets mit einer solch hohen Rapidität in der Praxis aber mit großen Unsicherheiten behaftet ist, werden darauffolgend in der Analyse beim Füllen der Histogramme alle gefundenen Jets abgeschnitten, welche eine Rapidität von $|y_{\text{Jet}}| = 3$ übersteigen.

Eingeteilt werden die Ereignisse in drei Rapiditätsklassen je nach Z- und Jet-Rapidität entsprechend Grafik 2.7. In dieser Skizze stehen die Abkürzungen für folgende Einteilung:

Z_0: $0 \leq y_Z < 1$	Jet_0: $0 \leq y_{\text{Jet}} < 1$
Z_1: $1 \leq y_Z < 2$	Jet_1: $1 \leq y_{\text{Jet}} < 2$
Z_2: $2 \leq y_Z < 2.4$	Jet_2: $2 \leq y_{\text{Jet}} < 3$

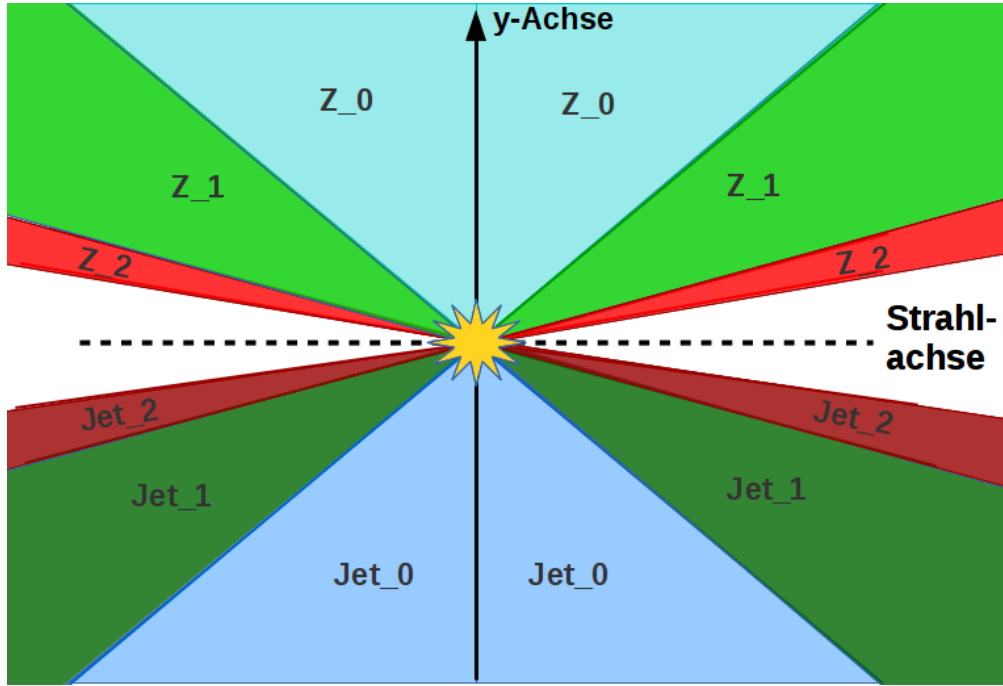


Abbildung 2.7: Einteilung der Ereignisse in Rapiditätsbins. Beispielhaft dargestellt die drei Phasenraumregionen Z_0 , Z_1 und Z_2 für das Z-Boson oben und Jet_0 , Jet_1 und Jet_2 für den Parton-Jet unten.

Die untere Beschränkung für den Transversalimpuls des Jets $p_{T,Jet}$ liegt bei 20 GeV. Das ist etwas niedriger als für $p_{T,Z}$ des Z-Bosons, damit auch eventuelle Abstrahlungen oder Effekte der Energieauflösung des Detektors mitbetrachtet werden. Wegen geltender Impulserhaltung wird erwartet, dass Jet und Z betragsmäßig den gleichen Transversalimpuls haben. Jedoch kann die Monte-Carlo-Simulation auch einen Jet mit beispielsweise nur 26 GeV hervorbringen. Im Falle eines harten Schnitts bei $p_{T,Jet,min} = 30$ GeV würde dieser dann nicht berücksichtigt, was unerwünscht ist.

Als Wahl für Faktorisierungs- und Renormierungsskala μ_F und μ_R wird entsprechend Formel (2.8) die Wurzel aus der Summe der Quadrate des Z-Transversalimpulses $p_{T,Z}$ und der invarianten Masse M_Z des Z-Bosons verwendet.

$$\mu_F = \mu_R = \mu = \sqrt{p_{T,Z}^2 + M_Z^2} \quad (2.8)$$

Da in den vorliegenden Studien ausschließlich führende und nächst höhere Ordnungen in α_s betrachtet werden, spielt die Skalenwahl durchaus eine Rolle. Hierzu sei auf das Unterkapitel 4.4 zur Skalenunsicherheit verwiesen.

Kapitel 3

Technisches Framework

Im Folgenden werden die für die Studien genutzten Analysewerkzeuge näher erläutert:

3.1 Sherpa

Um den gewünschten Prozess ($Z+Jet$) untersuchen zu können, werden Daten beziehungsweise entsprechende Monte-Carlo-Ereignisse benötigt. Hierfür wird der Monte-Carlo-Ereignisgenerator Sherpa [17, 18] verwendet. Dieser generiert Ereignisse, welche hoch energetischen Teilchenkollisionen entsprechen. Im vorliegenden Fall werden Ereignisse aus Hadron-Hadron-Kollisionen entsprechend den Protonkollisionen am LHC erzeugt. Mit Sherpa ist es aber auch möglich, andere Arten von Teilchenkollisionen zu betrachten.

Entsprechend dem Faktorisierungstheorem aus Gleichung (2.3) (siehe Abschnitt 2.1) wird der Wirkungsquerschnitt einer Kollision berechnet aus dem Integral über die Partonverteilungsfunktionen der Hadronen (hier: Protonen) multipliziert mit den Koeffizienten der Streumatrix der sogenannten 'harten Kollision'. Diese Matrix kann im Gegensatz zu den PDFs störungstheoretisch bestimmt werden. In Sherpa wird dafür der Matrixelement-Generator COMIX verwendet [17]. Mithilfe der berechneten Matrixelemente und der PDFs werden die Monte-Carlo-Ereignisse gewürfelt.

Da in dieser Analyse die Prozesse auf Partonlevel in der nächsthöheren Ordnung in α_s (Next-to-Leading-Order, NLO) untersucht werden, können auch sogenannte 'Loops' in den Feynman-Diagrammen auftreten. Für die Berechnung dieser Schleifen wird zusätzlich zu Sherpa noch das Programm Blackhat [19, 20] benötigt. Dieses wird über eine Schnittstelle von dem Ereignisgenerator Sherpa aufgerufen und berechnet die Matrixelemente für Prozesse, die eine Schleife enthalten [17]. Ein Beispiel hierfür ist der Gluon-Gluon Subprozess.

Die gewünschten Einstellungen für den Prozess werden in der Sherpa-Konfigurationsdatei festgelegt. Hierzu gehören beispielsweise die betrachtete Schwerpunktsenergie, sowie die Faktorisierungs- und Renormierungsskala, die verwendet werden sollen. Zudem wird in dieser Datei auch festgelegt, welcher Prozess betrachtet wird ($pp \rightarrow Z+Jet$) und es werden bereits einige Phasenraumbeschränkungen für die Z -Masse und die Rapidität des Z -Bosons getroffen. Außerdem wird der Ereignisgenerator in dieser Datei für die gewählten Prozesse auf einen 'fixed-order'-Modus eingestellt. Läuft Sherpa in diesem Modus, so wird in der Ereignisgeneration nur der störungstheoretische (pQCD) Teil des Wirkungsquerschnitts bis zur gewünschten Ordnung (NLO) ausgerechnet. Weder

Partonschauer, noch spätere Hadronisierung oder Zerfälle werden berücksichtigt. Mithilfe dieser Berechnungen werden die in Abschnitt 3.3 eingeführten fastNLO-Tabellen gefüllt.

3.2 Rivet

Für die Untersuchung der mit Sherpa generierten Monte-Carlo-Ereignisse wird das Analysewerkzeug Rivet [21, 22] verwendet. Dieses generatorunabhängige Validierungssystem [21] ermöglicht es, aus den von Sherpa gelieferten Ereignissen bestimmte Observablen zu berechnen und Histogramme zu füllen. Rivet ist eine Programmbibliothek in C++, welche eine Vielzahl von Funktionen zur Analyse von Daten aus Experimenten an Teilchenbeschleunigern liefert.

Im in C++ geschriebenen Analysecode werden verschiedene Rivet-Funktionen aufgerufen, beispielsweise um aus den Monte-Carlo-Ereignissen die Z-Bosonen zu rekonstruieren und die Jets zu finden. Außerdem werden in der benutzerdefinierten Rivet-Analyse die gewünschten Variablen definiert, die zu berechnen sind.

Für die vorliegende Arbeit wurde die Berechnung des dreifach differentiellen Wirkungsquerschnitts $\frac{d^3\sigma}{dp_{T,Z} dy_Z dy_{Jet}}$, siehe Gleichung (4.2), in die Rivet-Analyse implementiert. Wie bereits in Abschnitt 2.4 dargelegt, werden dazu die folgenden Observablen betrachtet: Der Transversalimpuls $p_{T,Z}$, sowie die Rapidität y_Z des rekonstruierten Z-Bosons und außerdem die Rapidität y_{Jet} des Jets.

Zur Untersuchung der Monte-Carlo-Daten, und der entsprechend mit Rivet berechneten Werte für die betrachteten Variablen, eignen sich Histogramme. Diese werden mithilfe von MCgrid [23, 24] im Rivet-Analysecode gebucht. Dazu fungiert MCgrid als Schnittstelle zwischen dem Ereignisgenerator Sherpa und fastNLO. Außerdem dient MCgrid dazu, die im folgenden Abschnitt erläuterten fastNLO-Tabellen zu initialisieren.

In der für die vorliegenden Studien geschriebenen Analyse wird der Wirkungsquerschnitt bezüglich des Transversalimpulses des Z-Bosons in Histogrammklassen von 30 GeV bis 1000 GeV unterteilt. Damit der Wirkungsquerschnitt dreifach differentiell betrachtet wird, werden auch Z- und Jet-Rapidität berücksichtigt. Die Rapiditäten werden entsprechend den, wie in Abschnitt 2.5 aufgelistet, getroffenen Einstellungen in jeweils drei Bereiche eingeteilt. Da zudem noch zwischen den Fällen *same side* (ss) und *opposite side* (os) unterschieden wird, werden schließlich 18 Tabellen und entsprechend 18 Histogramme benötigt.

Die Entscheidung, ob Z-Boson und Jet auf der gleichen oder gegenüberliegenden Seite des Detektors zu finden sind, wird anhand des Vorzeichens der Rapiditäten getroffen. Hierbei gilt folgender Zusammenhang, siehe auch die verdeutlichende Abbildung 3.1.

$$y_Z \cdot y_{Jet} = \begin{cases} \geq 0, & \text{für } same\ side \\ < 0, & \text{für } opposite\ side \end{cases} \quad (3.1)$$

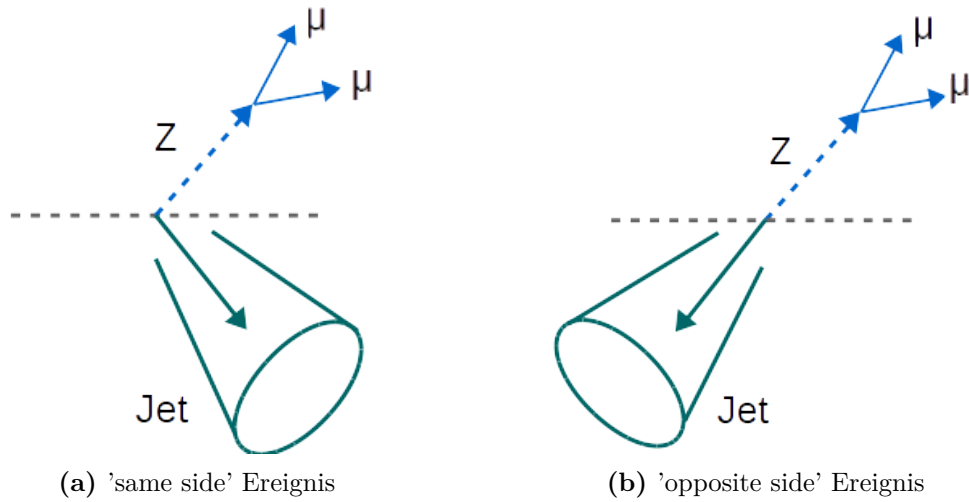


Abbildung 3.1: Einteilung der Ereignisse anhand der relativen Position des Z-Bosons und des Jets im Detektor

3.3 fastNLO

Die im Rivet-Analysecode mittels MCgrid initialisierten Tabellen werden schließlich mithilfe von fastNLO gefüllt.

Wie in Gleichung (2.3) zu erkennen ist, gehen in den Wirkungsquerschnitt sowohl die störungstheoretisch berechenbaren Matrixelemente ein, als auch die PDFs, die hingegen nicht im Rahmen der pQCD berechenbar sind. fastNLO ist ein Interpolationswerkzeug, welches die Möglichkeit bietet, schnelle Vorhersagen über den störungstheoretisch berechenbaren Teil des Wirkungsquerschnitts der Prozesse zu treffen [25]. Werden diese Berechnungen für jedes betrachtete PDF-Set neu ausgeführt, so benötigen sie viel Rechenzeit. Um diese zeitaufwendigen Neuberechnungen der Matrixelemente zu umgehen, werden mit fastNLO sogenannte Interpolationstabellen erstellt. Diese Tabellen sind mehrdimensional, weil die Matrixelemente der harten Kollision und damit der Wirkungsquerschnitt von mehreren verschiedenen Parametern abhängen. Dazu zählen die unterschiedlichen Subprozesse, das heißt alle möglichen Partonkombinationen, die beim Betrachten der Kollision auf Partonlevel auftreten. Weitere Parameter sind außerdem die gewählte Faktorisierungsbeziehung sowie Renormierungsskala μ_F und μ_R , sowie beispielsweise der betrachtete Energiebereich des Partialimpulses x_i des Partons i , und die Ordnung in α_s , bis zu welcher der Prozess betrachtet wird. Jede Wahl dieser Parameter entspricht einem Phasenraumausschnitt. Die entsprechenden Koeffizienten des Matrixelements werden in den fastNLO-Tabellen gespeichert.

In Kombination mit den Partonverteilungsfunktionen wird aus diesen Koeffizienten entsprechend Gleichung (2.3) der Wirkungsquerschnitt berechnet.

Kapitel 4

Studien zur PDF-Sensitivität des Z+Jet Wirkungsquerschnitts

In den nachfolgenden Studien wird der Wirkungsquerschnitt der Z+Jet Produktion mit Hinblick auf unterschiedliche Schwerpunkte untersucht. Dies dient dem Auffinden von bisher wenig untersuchten und daher nicht ausreichend beschriebenen Phasenraumregionen, deren Erforschung eine Verbesserung der PDF-Präzision mit sich bringt. Hierfür werden mit Sherpa 400 Millionen Ereignisse generiert. Zur Einteilung der Monte-Carlo-Ereignisse dienen stets die Variablen Transversalimpuls $p_{T,Z}$ des Z-Bosons, sowie dessen Rapidität y_Z und außerdem die Rapidität des Jets y_{Jet} .

4.1 Dreifachdifferentieller Wirkungsquerschnitt der Z+Jet Produktion

Für die ersten Studien wird der dreifach differentielle Wirkungsquerschnitt, siehe Formel (4.2), bei den entsprechend Abschnitt 2.5 getroffenen Einstellungen separat untersucht. Diese Größe wird auch in den folgenden Abschnitten in verschiedenen Zusammenhängen betrachtet. Als zugehörige Gleichung (4.1) ergibt sich entsprechend der Definition des Wirkungsquerschnitts [26]:

$$\sigma_{proc} = \frac{N}{\varepsilon \cdot \mathcal{L}_{int}} \quad (4.1)$$

$$\frac{d^3 \sigma}{dp_{T,Z} dy_Z dy_{\text{Jet}}} \equiv \frac{1}{\varepsilon \cdot \mathcal{L}_{int}} \cdot \frac{1}{4} \frac{N}{\Delta p_{T,Z} \Delta |y_Z| \Delta |y_{\text{Jet}}|} \quad (4.2)$$

In der in Abschnitt 2.1 gegebenen Formel (2.3) für den Wirkungsquerschnitt σ läuft der Index i über alle Partonen im ersten Proton mit dem jeweiligen Impulsbruchteil x_1 des Impulses des ersten Protons. Entsprechend bezieht sich der Index j auf die Partonen des zweiten Protons mit jeweiligem Impulsbruchteil x_2 .

Die so mittels Faktorisierungstheorem (2.3) berechnete Wirkungsquerschnittsvorhersage σ_{proc} wird nun normiert mit der Anzahl N an Monte-Carlo-Ereignissen, welche in einem

der in Abschnitt 2.4 definierten Bereiche $\Delta p_{T,Z}$, $\Delta|y_Z|$, oder $\Delta|y_{Jet}|$ gezählt werden. Da es sich um eine Simulation handelt, entspricht der Effizienzfaktor $\varepsilon = 1$ und die integrierte Luminosität \mathcal{L}_{int} der Größe des Monte-Carlo-Datensatzes. Der Faktor $\frac{1}{4}$ folgt aus der betragsmäßigen Betrachtung der Rapiditäten.

In diesem Abschnitt wird ausschließlich das CT14 NLO PDF Set betrachtet, da (siehe Anhang A, Abbildung A.1) beim Betrachten des dreifach differentiellen Wirkungsquerschnitts keine signifikanten Unterschiede zwischen den hier untersuchten Sets verschiedener Gruppen auftreten. Alle drei analysierten PDF-Sets CT14 NLO, NNPDF 3.0 und MMHT2014 NLO liefern vergleichbare Vorhersagen für den Wirkungsquerschnitt im jeweils betrachteten Phasenraumbereich. Denn, wie im Anhang A in Abbildung A.1 zu sehen, liegen die Symbole für die einzelnen Sets in den aus den Monte-Carlo-Daten erzeugten Diagrammen direkt übereinander.

Es wird (vgl. 2.4 und 2.5) eine Einteilung der Monte-Carlo-Ereignisse in unterschiedliche Regionen der Jet- beziehungsweise Z-Rapidity y_{Jet} und y_Z , sowie des Z-Transversalimpulses $p_{T,Z}$ getroffen. Außerdem wird, wie in Abschnitt 3.2 erläutert, unterschieden zwischen den Fällen *same side* (ss) und *opposite side* (os).

Aus den nach der Ereignis-Analyse mittels Rivet erhaltenen 18 Histogrammen, werden im Folgenden für *same side* beziehungsweise *opposite side* jeweils vier Phasenraumabschnitte gezeigt. Diese je vier Graphen stellen die vier extremen Phasenraumregionen dar. So zeigen die roten Kreise in Abbildung 4.1a und Abbildung 4.1b jeweils die Ergebnisse für den zentralen Detektorbereich. Hier haben sowohl das Z-Boson, als auch der Jet die niedrigsten Rapiditäten mit Werten von $0 \leq |y_Z|, |y_{Jet}| < 1$.

Die mit grünen Dreiecken gekennzeichneten Graphen in Abbildung 4.1a und Abbildung 4.1b gehören zum Phasenraumbereich hoher Z-Rapidity $2 \leq |y_Z| < 2.4$, während der Jet hier weiterhin im zentralen Detektorbereich mit $0 \leq |y_{Jet}| < 1$ liegt. Die beiden weiteren Symbole in den Darstellungen zeigen entsprechend die Wirkungsquerschnittsvorhersage der PDF Sets für den Fall hoher Jet-Rapidity bei niedriger Rapidity des Z-Bosons (blaue Raute), sowie den Fall, dass sowohl der Jet, als auch das Z-Boson hohe Rapiditäten haben (cyanfarbene Quadrate). Letzterer entspricht für die Betrachtung der *same side* Situation eines stark entlang der Strahlrichtung (z-Achse) geboosteten Systems. Für den Fall der *opposite side*, abgebildet in Grafik 4.1b, beschreiben diese extremen Histogrammklassen großer Z- und Jet-Rapiditäten, die Konfiguration, für welche das System aus Z-Boson und Jet annähernd ausbalanciert ist.

Auf der Abszisse der Diagramme ist dabei der Transversalimpuls $p_{T,Z}$ des Z-Bosons aufgetragen. Die Ordinate zeigt den mit dem jeweiligen PDF Set berechneten Wirkungsquerschnitt σ , differentiell im jeweiligen Phasenraumbereich für y_Z und y_{Jet} . Beide Achsen werden logarithmisch dargestellt. Die eingezeichneten Fehlerbalken entlang der x -Achse entsprechen der Breite der $p_{T,Z}$ -Bins.

Wirkungsquerschnitte entsprechen Wahrscheinlichkeiten für Ereignisse in einer bestimmten Phasenraumregion. Bereits beim groben Betrachten der Grafiken zeigt sich, dass der Wirkungsquerschnitt für Bereiche höherer Z-Transversalimpulse $p_{T,Z}$ abnimmt. Diese

Tatsache entspricht den Erwartungen, da es unwahrscheinlicher ist, bei der Kollision ein Z-Boson mit großem Transversalimpuls zu erhalten, als eines mit geringerem $p_{T,Z}$. Denn für einen hohen Transversalimpuls des Z-Bosons müssen die Impulse der an der Kollision beteiligten Partonen groß genug sein, um sowohl ein Z-Boson zu erzeugen, als auch diesem eine vergleichsweise hohe kinetische Energie zu übertragen. Die Masse M_Z des Z-Bosons beträgt etwa 91 GeV. Vor der Kollision bewegen sich die Partonen entlang der Strahlachse und tragen daher einen Impulsbruchteil x des Protons, welcher näherungsweise nur eine longitudinale Komponente hat.

Auch für die verschiedenen Histogrammklassen im Phasenraum von y_Z und y_{Jet} sind von Region zu Region Unterschiede zu erkennen. Unabhängig von der in Abschnitt 3.2 definierten Unterscheidung (ss, os) zwischen den beiden möglichen Positionen des Jets bezüglich des rekonstruierten Z-Bosons, ist zu sehen, dass der Wirkungsquerschnitt im zentralen Detektorbereich (rote Kreise) am größten ist. Dies belegen die Abbildungen 4.1a und 4.1b. Für steigende Rapiditäten ist in 4.1a und 4.1b eine Abnahme des dreifach differentiellen Wirkungsquerschnitts zu erkennen, wobei dieser Effekt bezüglich der Rapidität y_Z des Z-Bosons etwas stärker ausgeprägt ist als für die Jet-Rapidität y_{Jet} .

Das Absinken des Wirkungsquerschnitts mit zunehmenden Rapiditäten y_Z und y_{Jet} ist erwartungsgemäß und lässt sich wie folgt erklären. Für den Fall der *same side* ist die Histogrammkategorie hoher Z- und Jet-Rapiditäten, in Abbildung 4.1a durch cyanfarbene Quadrate gekennzeichnet, der Phasenraumbereich eines geboosteten Systems. Um diese Konfiguration zu erreichen, wird sowohl ein Parton mit hohem Impulsbruchteil x_1 aus dem ersten Proton, als auch ein Parton mit relativ niedrigem Impulsbruchteil x_2 aus dem zweiten Proton, oder umgekehrt, benötigt. Diese Konfiguration ist erforderlich, damit sich beide Partonen nach der Kollision in eine nahezu gleiche Richtung weiterbewegen können. Beim Betrachten des differentiellen Wirkungsquerschnittes wird entsprechend Gleichung (2.3) die Summe über alle in den beiden Protonen vorhandenen Partonen i beziehungsweise j ausgeführt. Damit wird die kinematische Konfiguration der Kollision eines Partons mit hohem x_1 und eines mit niedrigem x_2 vergleichsweise unwahrscheinlich. Als Maß für die Wahrscheinlichkeit des Eintretens einer Kollision zwischen zwei bestimmten Teilchen sinkt folglich auch der Wirkungsquerschnitt.

Dies ist auch der Grund, weshalb im Fall der ss für hohe $p_{T,Z}$ ein nennenswerter Unterschied zwischen geboostetem System und einem System, in dem nur das Z-Boson eine große Rapidität y_Z aufweist, der Jet aber zentral liegt, zu erkennen ist. Für den Phasenraumbereich ohne 'boost' kann neben einem Parton mit sehr hohem x_i , das für große $p_{T,Z}$ und zusätzlichen 'boost' benötigt wird, ein Parton mit nahezu beliebigem, aber dennoch geringerem, Impulsbruchteil x_j an der Kollision teilnehmen. Hierfür ist die Wahrscheinlichkeit und damit der Wirkungsquerschnitt etwas höher.

Um die *opposite side* Situation mit hohen Z- und Jet-Rapiditäten zu erreichen, müssen andere Bedingungen erfüllt werden. Hier werden für die Kollision zwei Partonen benötigt, welche longitudinale Impulsbruchteile x_1 und x_2 in einer möglichst vergleichbaren Größenordnung tragen, um ein annähernd ausbalanciertes System zu erhalten. Bei der

Berechnung in (4.2) wird entsprechend Gleichung (2.3) die Summe über alle beteiligten Partonen betrachtet. Dies hat zur Folge, dass bei Betrachtung aller möglichen Kombinationen der Partonen der beiden Protonen eine Konfiguration, in denen x_1 und x_2 ähnlich groß sind, wiederum eher unwahrscheinlich ist im Vergleich zu einer Situation, in welcher die beiden kollidierenden Partonen Impulsbruchteile aus unterschiedlichen x -Regionen tragen. Somit sinkt auch der Wirkungsquerschnitt, wie in Grafik 4.1b (cyanfarbene Quadrate) zu erkennen.

Aus den in diesem Abschnitt durchgeführten Betrachtungen lässt sich folgender Schluss für die Verbesserung der Genauigkeit der Partonverteilungsfunktionen ziehen: Die Ergebnisse dieser Untersuchung lassen keine signifikanten Abweichungen zwischen den Wirkungsquerschnittsvorhersagen, welche die PDF Sets der einzelnen Gruppen liefern, erkennen (siehe Abbildung A.1). Daher erscheint der konkrete differentielle Wirkungsquerschnitt beim Vergleich verschiedener PDF Sets zunächst nicht als hilfreiche Größe. Allerdings kann er dennoch als Art Gütemaß für ein PDF Set dienen, indem geprüft wird, ob die Vorhersagen mit denen anderer Gruppen übereinstimmen. Sollten diese weiteren Vorhersagen nicht im Einklang mit einem bestimmten PDF Set sein, so liegt es nahe, dass dieses nicht besonders präzise bestimmt ist.

Für Ereignisse, die im zentralen Detektorbereich gemessen werden, tragen die beteiligten Partonen ähnliche Impulsbruchteile x_i . Da die Wirkungsquerschnittsvorhersage für diese Phasenraumregion am größten ist, sind die PDFs im Bereich mittlerer x_i besser bestimmt als für Bereiche sehr kleiner oder sehr großer Impulsbruchteile x_i .

Es ist zu beachten, dass in den Darstellungen dieses Kapitels die Summe der Beiträge aus allen Partonen (vgl. Formel 2.3) verwendet wird. Dies ist durchaus eine andere Situation, als wenn nur die Beiträge einzelner Partonflavor betrachtet werden.

Für die Analyse der Beiträge bestimmter Subprozesse zu dem Wirkungsquerschnitt σ sei hier auf Kapitel 4.5 verwiesen.

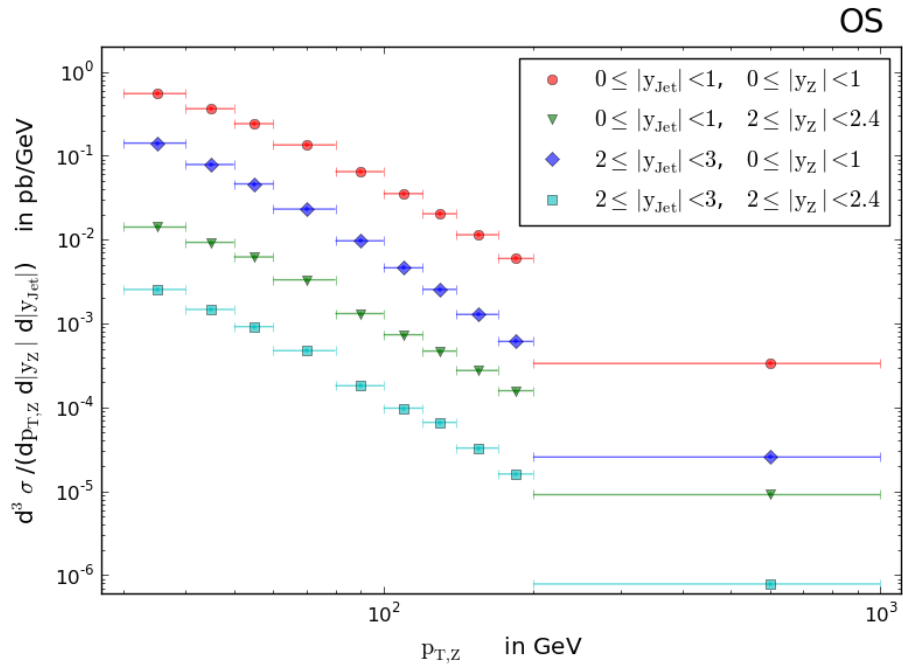
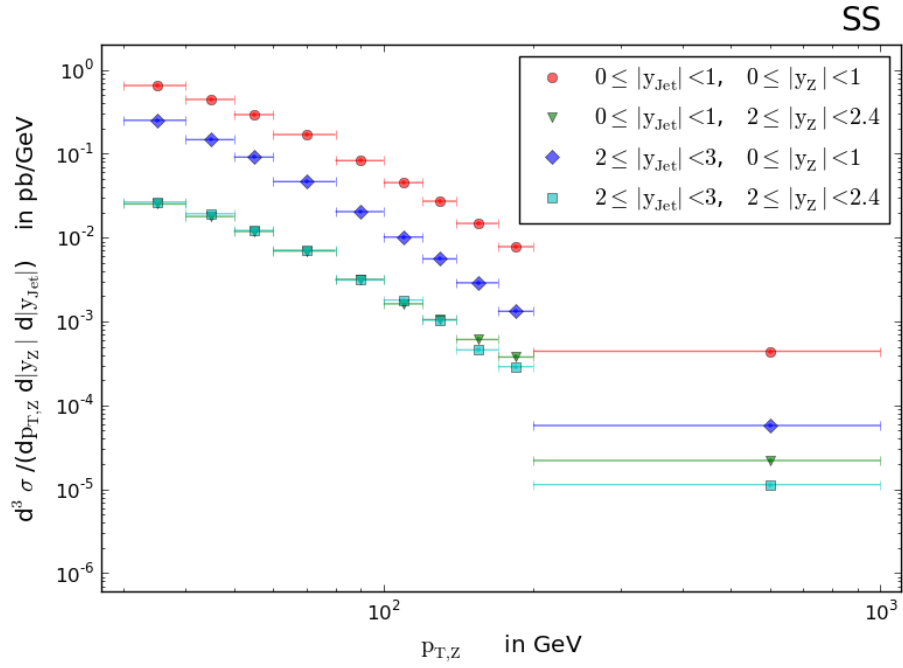


Abbildung 4.1: Wirkungsquerschnittsvorhersage des CT14-Sets, dreifachdifferentiell in $p_{T,Z}$, y_Z , und y_{Jet} betrachtet. Bild 4.1a zeigt den Fall der 'same side' Konfiguration, während Bild 4.1b die 'opposite side' Ereignistopologie darstellt. Die verschiedenen Symbole stehen entsprechend der Legende für die vier extremen Phasenraumbereiche von y_Z und y_{Jet} .

4.2 Bestimmung der PDF-Unsicherheiten

Vorgehensweisen zur PDF-Bestimmung

Verschiedene Gruppen liefern unterschiedliche Arten von PDFs. So wird beispielsweise für die Bestimmung des CT14 [27] oder des MMHT2014 [28] PDF Sets die sogenannte Hessesche Eigenvektormethode [29, 30] verwendet. Das NNPDF 3.0 Set [31] beziehungsweise die zugehörigen Unsicherheiten werden hingegen mittels einer Monte-Carlo-Methode bestimmt.

Die PDFs der CT14 und MMHT2014 Sets entsprechen einem Polynom, welches durch eine Anzahl von d Parametern charakterisiert wird. Im Falle von CT14 ist $d = 28$ und für MMHT2014 gilt $d = 25$ [32]. Hier wird zur Fehlerbestimmung mittels Hesse-Formalismus eine effektive χ^2 -Funktion betrachtet, die Auskunft darüber liefert, inwiefern eine Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment gegeben ist [29, 30]. In diese Funktion gehen die χ^2 -Funktionen der Datensätze verschiedener Experimente ein. Als Grundlage der Hesse-Methode wird die Umgebung des Minimums der globalen χ^2 -Funktion untersucht. Dieses Minimum steht bei χ^2 -Hypothesentests für das Modell, in diesem Fall den Parametersatz $\{a_i(S)\}$, welches die gemessenen Daten am besten beschreibt. Die zu diesem Satz gehörende PDF stellt die beste Schätzung dar und wird mit S_0 bezeichnet. [29]

Um mehr über die Unsicherheiten zu erfahren ist die Kenntnis des Minimums S_0 nicht ausreichend. Daher wird auch die Umgebung des Minimums untersucht. Werden die Parameter, die χ^2_{global} minimieren etwas variiert, so ändert sich die Funktion um $\Delta\chi^2_{global}$. An dieser Stelle findet der Hesse-Formalismus, auch bekannt als Fehlermatrixmethode, Anwendung. Es wird eine Taylorreihenentwicklung der globalen χ^2 -Funktion um ihr Minimum S_0 durchgeführt. Da nur die führenden Terme behalten werden, führt dies zu einer quadratischen Gleichung und es tritt die Hessematrix H_{ij} auf. Als Hessematrix wird die Matrix der zweiten Ableitungen einer Funktion bezeichnet. Da in diesem Fall um das Minimum der χ^2 -Funktion entwickelt wird, verschwindet jeweils der Term der Entwicklungsreihe, welcher die erste Ableitung enthält [30].

Es werden nun gegenüber dem Minimum S_0 leicht variierte PDF-Sets $\{S_l^\pm, l = 1 \dots d\}$ in der Eigenvektorbasis der Hessematrix untersucht. Eine kleine Abweichung t entlang der Eigenvektoren wird gewählt und führt zu folgenden PDF-Koordinaten z_k im Eigenvektorraum:

$$z_k(S_l^\pm) = \pm t \delta_{kl} \quad (4.3)$$

Die so erhaltenen variierten PDF Sets S_l^\pm weichen nun jeweils in einer Koordinate um den Betrag t in positive oder negative Richtung entlang eines der d Eigenvektoren z_k ab. Daraus folgen für d Parameter $2d$ variierte PDF Sets S_l^\pm .

Mit diesen PDF-Sets S_l^\pm ist es nun möglich, die Unsicherheiten auf eine beliebige PDF-abhängige Variable $X(S)$ zu berechnen. Im Fall dieser Arbeit entspricht der dreifach

differentielle Wirkungsquerschnitt σ der Variable X , welche von Interesse ist. Der Wirkungsquerschnitt wird nun mit jeder der $2d$ Variationen des ursprünglichen PDF Sets berechnet. Um die gesuchten Unsicherheiten zu erhalten, ist die Betrachtung des Gradienten in z_k -Richtung, wie in Gleichung (4.4), nötig, welcher gerade der partiellen Ableitung der untersuchten Variable X nach z_k entspricht:

$$\frac{\partial X}{\partial z_k} = \frac{X(S_k^+) - X(S_k^-)}{2t} \quad (4.4)$$

Insgesamt führt dies zu der in Formel (4.5) dargestellten Gleichung für die PDF-Unsicherheit einer beliebigen Variablen X :

$$\Delta X = \sum_{k=1}^d z_k \frac{\partial X}{\partial z_k} \quad (4.5)$$

Andere Gruppen, wie zum Beispiel die NNPDF-Kollaboration [33], nutzen als Grundlage für die Festlegung der PDFs das Ausmaß der experimentellen Unsicherheiten.

Im Rahmen der Bestimmung des NNPDF 3.0 Sets findet eine flexible Parametrisierung mit über 200 Parametern statt. Innerhalb der experimentellen Unsicherheiten werden Pseudoparameter mittels Monte-Carlo-Methode gewürfelt. Diese 100 zufällig parametrisierten PDF Sets werden Replikas genannt. Der Mittelwert aus diesen Replikas liefert den zentralen Wert $\langle X \rangle$ für die PDF oder eine bestimmte Observable [9]. Diese Art der Fehlerfortpflanzung ermöglicht die Berechnung statistischer Größen wie Erwartungswert, Standardabweichung, Korrelationskoeffizienten und so weiter. Die PDF-Unsicherheiten ergeben sich im Falle dieser Vorgehensweise zu:

$$\Delta X = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [X_i - \langle X \rangle]^2} \quad (4.6)$$

Dabei entspricht N der Anzahl an PDF-Replikas und X_i entsprechend dem Wert der betrachteten Größe, den das PDF-Set i liefert. [9]

Analyse der Unsicherheiten

Das Betrachten der Unsicherheiten der PDFs auf die Wirkungsquerschnittsvorhersage ist hilfreich dabei, Phasenraumregionen zu finden, in welchen die PDFs verbessert werden können. Da der Wirkungsquerschnitt sensitiv auf Änderungen an den PDFs ist, ist eine Verbesserung derselben in den Bereichen des Phasenraums möglich, in welchen die PDF-Unsicherheiten größer sind als die experimentellen Unsicherheiten.

In den Abbildungen 4.2 und 4.3 sind die Verhältnisse ρ_σ der mit den verschiedenen PDF Sets berechneten Wirkungsquerschnitte σ_{PDF} zu dem mit der Referenz-PDF bestimmten

Wirkungsquerschnitt σ_{ref} dargestellt.

$$\rho_\sigma \equiv \frac{\sigma_{PDF}}{\sigma_{ref}} \quad (4.7)$$

Hier wurde als Referenz das CT14 NLO PDF Set gewählt.

Wie in Abschnitt 4.1, so sind auch hier die vier Diagramme für die entsprechend gleichen Phasenraumregionen dargestellt.

Auf der Abszisse ist wiederum der Transversalimpuls $p_{T,Z}$ des Z-Bosons aufgetragen, während die Ordinate das Verhältnis ρ_σ des Wirkungsquerschnitts jedes PDF Sets zum CT14 NLO Set angibt. Entsprechend liegen die Werte des Verhältnisses ρ_σ für CT14 NLO selbst auf der horizontalen Geraden bei $\frac{\sigma_{PDF}}{\sigma_{Ref}} = 1$.

Die farbig schattierten Bänder stellen die relativen Unsicherheiten jedes einzelnen PDF-Sets dar. Erhalten werden diese über das Aufrufen einer fastNLO-Funktion. Diese wird dazu auf die zuvor für die verschiedenen PDF Sets berechneten Wirkungsquerschnitte angewendet.

Das Ausmaß der PDF Unsicherheiten hängt mit den kinematischen Gegebenheiten im jeweiligen Phasenraumbereich zusammen. Um ein Ereignis zu erhalten, welches in den Bereich der Abbildung 4.2c eingeordnet werden kann, wird eine Kollision zweier Partonen benötigt, deren Impulsbruchteil x aus verschiedenen Regionen der möglichen Impulsbruchteile des Protons stammt. Damit wird es möglich, dass das Z-Boson verhältnismäßig zentral detektiert wird, während der Jet, welcher auf Partonlevel einem Quark oder Gluon entspricht, dennoch eine relativ hohe Rapidität y_{Jet} besitzt. Im Gegensatz zum Fall eines geboosteten Systems, wie in Abbildung 4.2d, ist es jedoch nicht notwendig, dass sich die Impulsbruchteile x_1 und x_2 der beiden Partonen extrem unterscheiden. Somit kann die Konfiguration aus einem Jet hoher und einem Z niedriger Rapidität auf einige verschiedene Weisen realisiert sein. Dies wird deutlich bei direkter Betrachtung der PDFs der einzelnen Partonflavor, wie in Kapitel 2.2 in Abbildung 2.4 gezeigt. Dort ist erkennbar, wie die Wahrscheinlichkeitsverteilung für das Auffinden der Partonen eines bestimmten Flavors im Proton über die verschiedenen Bereiche des Impulsbruchteils x verläuft.

Zunächst ist erkennbar, dass alle dargestellten Unsicherheiten in den Bildern 4.2 und 4.3 deutlich kleiner als 5 % sind. Beim Vergleich der Abbildungen 4.2a bis 4.2d für den *same side* Fall mit den Abbildungen 4.3a bis 4.3d für *opposite side* fällt auf, dass die PDF Unsicherheiten größer sind für den Fall, dass Jet und Z-Boson auf gegenüberliegenden Seiten (os) liegen.

In beiden Fällen ss (in Grafik 4.2d) und os (in Grafik 4.3d) ist zu erkennen, dass für große Transversalimpulse $p_{T,Z}$ die höchsten Unsicherheiten für die Situation sowohl hoher Jet- als auch hoher Z-Rapidität auftreten. Für niedrigere Transversalimpulse $p_{T,Z}$ des Z-Bosons sind jedoch in der Phasenraumregion, welche dem zentralen Detektorbereich entspricht (Abbildungen 4.2a für ss und 4.3a für os) höhere PDF Unsicherheiten zu sehen. Diese erreichen für das CT14 Set bis zu 4 %. Auffallend ist außerdem, dass

im zentralen Detektorbereich, siehe Abbildung 4.2a und 4.3a, die geringsten Fehler für die höchste $p_{T,Z}$ -Histogrammklasse auftreten. Wie zu erwarten unterscheiden sich in diesem Phasenraumbereich die Ergebnisse für die ss Situation nicht wesentlich von der os Situation, da beide Fälle einer nahezu identischen Konfiguration aus Z-Boson und Jet im Detektor entsprechen.

Die beste Übereinstimmung der verschiedenen Sets ist in Abbildung 4.2c zu sehen. Diese wird im Falle der ss erhalten, wenn das Z-Boson zentral detektiert wird und der Jet eine große Rapidität y_{Jet} vorzuweisen hat. In welchem Maße die Vorhersagen in diesem Phasenraumbereich übereinstimmen wird auch anhand der überlappenden Unsicherheitsbänder, besonders im Bereich von $p_{T,Z} > 200$ GeV, deutlich.

Die vom MMHT2014 PDF Set vorhergesagten Wirkungsquerschnitte σ sind durchweg größer als die der PDF Sets der anderen beiden Gruppen. Dennoch bleiben die Abweichungen zwischen den Vorhersagen der einzelnen Sets stets unter 5 %.

Für kleine $|y_{\text{Jet}}|$, wenn der Jet im zentralen Detektorbereich detektiert wird, ist zu erkennen, dass die NNPDF 3.0-Vorhersage bei kleinen Transversalimpulsen $p_{T,Z} < 100$ GeV unter der der CT14-Vorhersage liegt, während es sich für größere Impulse, spätestens ab $p_{T,Z} > 140$ GeV (vgl. Abbildung 4.2b), gerade andersherum verhält. Dies gilt sowohl für den Fall der ss, als auch für os.

Für Transversalimpulse des Z-Bosons mit $p_{T,Z} > 90$ GeV sind die Abweichungen in der Wirkungsquerschnittsvorhersage zwischen NNPDF 3.0 und CT14 lediglich im Bereich von 1% und geringer. Ab $p_{T,Z} = 110$ GeV liegt die Abweichung zwischen diesen beiden Sets bereits bei 0.5% und darunter, sinkend mit höheren Werten von $p_{T,Z}$. Die Differenzen der Vorhersage des MMHT2014 Sets zu der des CT14 Sets sind in diesem Phasenraumbereich ab $p_{T,Z} = 90$ GeV etwa 3% und geringer.

Außerdem ist zu erkennen, dass das MMHT2014 Set unabhängig vom Phasenraumbereich die geringsten Unsicherheiten liefert. Diese sind besonders niedrig (etwa $\pm 1\%$) für ss in der Region von $2 \leq |y_{\text{Jet}}| < 3$ bei $0 \leq |y_Z| < 1$. Die größten Unsicherheiten sind bei der CT14 NLO PDF zu sehen. Die Vorhersagen des MMHT2014 Sets für den Wirkungsquerschnitt weichen stärker von der Vorhersage des CT14 Sets ab, als es die des NNPDF 3.0 Sets tun.

Aufgrund der vergleichsweise hohen PDF Unsicherheiten, ist der os Fall, bei welchem Jet und Z-Boson auf gegenüberliegenden Seiten detektiert werden, für die präzisere Bestimmung der PDFs besonders interessant. Auffallend stark ausgeprägt sind die großen Unsicherheiten für den Phasenraumausschnitt hoher Jet- und Z-Rapiditäten y_{Jet} und y_Z , wie in Abbildung 4.3d dargestellt.

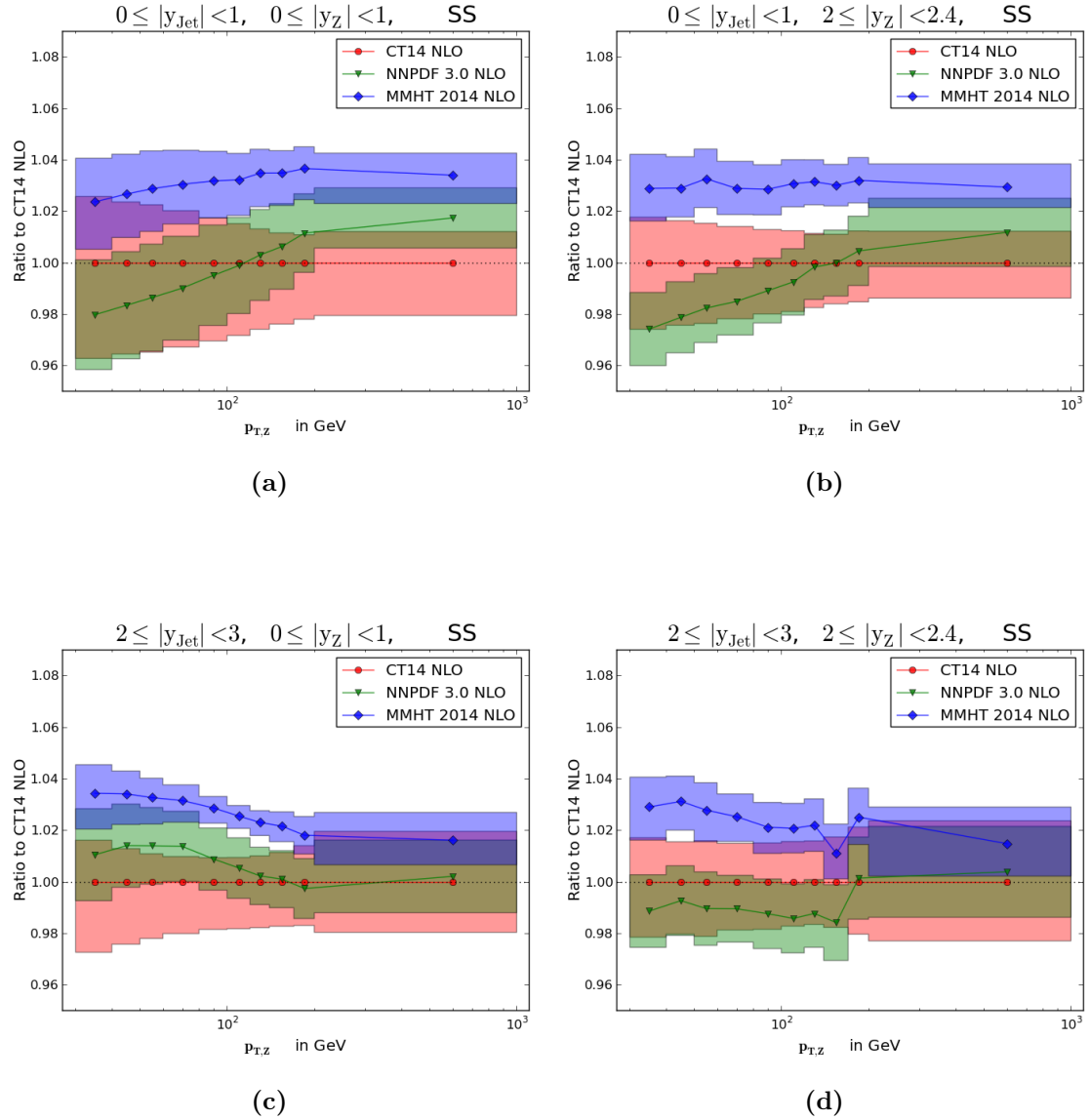


Abbildung 4.2: Vergleich der Unsicherheiten, dargestellt als Fehlerbänder, der PDF-Sets CT14 NLO, NNPDF 3.0 NLO und MMHT2014 NLO im Bezug auf die mit diesen Sets erhaltenen Wirkungsquerschnittsvorhersagen. Abgebildet ist das Verhältnis der Vorhersage der drei PDF-Sets zu der Vorhersage des CT14 NLO Sets, welches als Referenz gewählt wird. Hier werden vier Phasenraumausschnitte der 'same side' Ereignistopologie gezeigt.

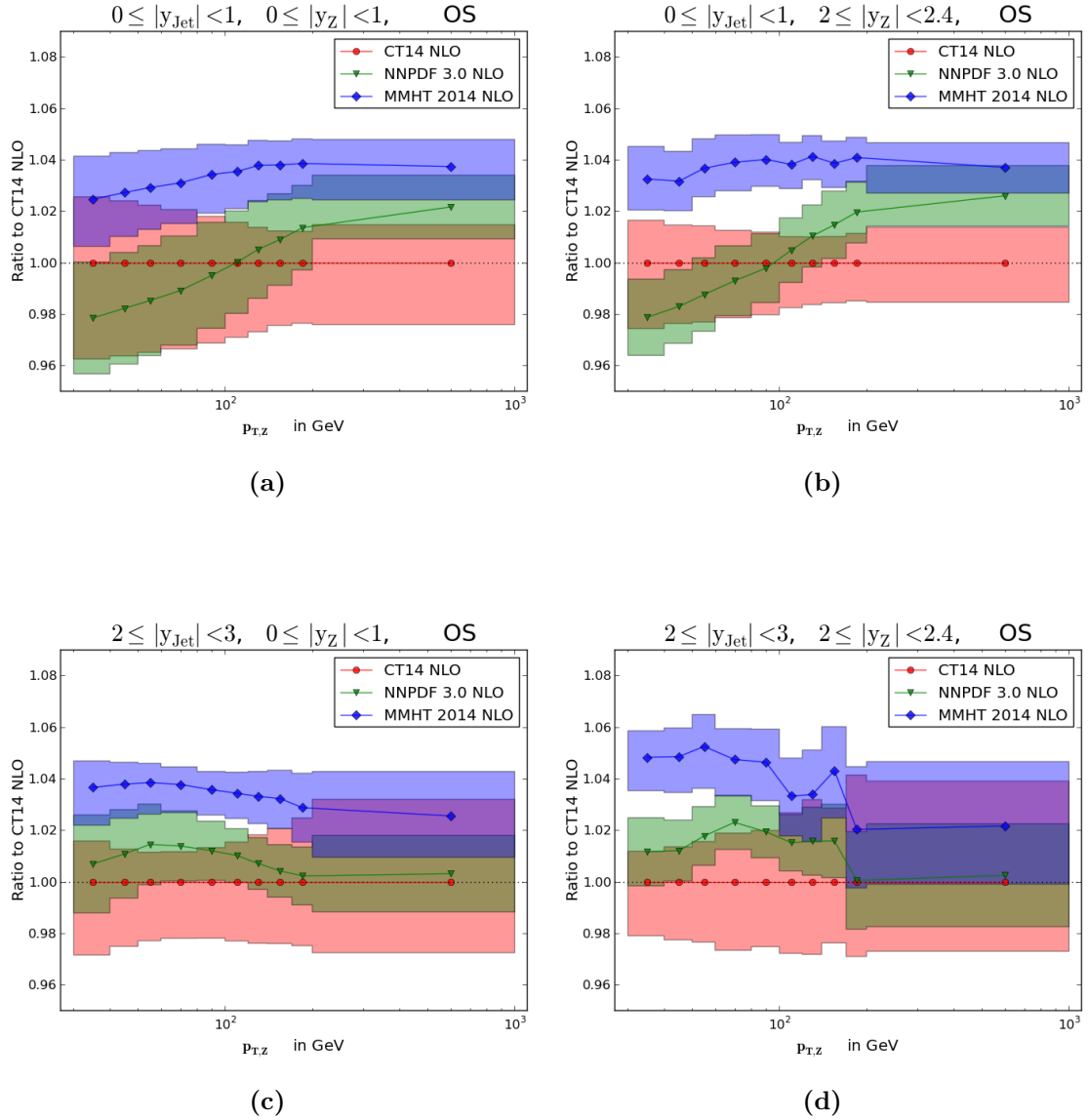


Abbildung 4.3: Vergleich der Unsicherheiten, dargestellt als Fehlerbänder, der PDF-Sets CT14 NLO, NNPDF 3.0 NLO und MMHT2014 NLO im Bezug auf die mit diesen Sets erhaltenen Wirkungsquerschnittsvorhersagen. Abgebildet ist das Verhältnis der Vorhersage der drei PDF-Sets zu der Vorhersage des CT14 NLO Sets, welches als Referenz gewählt wird. Hier werden vier Phasenraumausschnitte der 'opposite side' Ereignistopologie gezeigt.

4.3 Korrelation zwischen PDFs und Wirkungsquerschnitt

Eine weitere Quelle für Information über den Zusammenhang zwischen der PDF eines Partonflavors und dem vorhergesagten Wirkungsquerschnitt stellen die nachstehenden Korrelationsplots dar. Diese bieten die Möglichkeit, Phasenraumregionen, in denen im Wirkungsquerschnitt die Sensitivität auf die PDF eines bestimmten Flavors f besonders groß oder etwa gar nicht gegeben ist, zu identifizieren.

Um diese Darstellungen zu erzeugen, wird der Korrelationskoeffizient ρ_f , wie in Gleichung (4.8) dargestellt, berechnet [6]:

$$\rho_f(x, p_{T,Z}, \mu_F) = \frac{N}{N-1} \frac{\langle \sigma_z(p_{T,Z})_i \cdot x f(x, \mu_F^2)_i \rangle - \langle \sigma_z(p_{T,Z})_i \rangle \cdot \langle x f(x, \mu_F^2)_i \rangle}{\Delta_{\sigma_z(p_{T,Z})} \Delta_{x f(x, \mu_F^2)}} \quad (4.8)$$

Hierbei ist N die Anzahl der PDF-Replikas des betrachteten PDF-Sets, hier NNPDF 2.3. Im Zähler des Bruchs zeigen die spitzen Klammern an, dass beim Bilden des Korrelationskoeffizienten für diese beiden Ausdrücke jeweils der Mittelwert aus allen PDF-Replikas eines Sets verwendet wird [6]. Die Summe zur Mittelwertbildung läuft über den Index i mit $i = \{1, \dots, N\}$. Der Index f steht für den untersuchten Partonflavor. In diesem Abschnitt beziehen sich alle Abbildungen auf die Gluon-PDF, da hier im Vergleich zu den anderen Partonarten die größten Korrelationen auftreten. Entsprechende Plots für die Valenzquarks Up und Down, sowie für die Seequarks sind im Anhang A zu finden. Der Korrelationskoeffizient ρ_f hängt nach Formel (4.8) von den Größen x , $p_{T,Z}$ und μ_F ab. Dabei steht x für den Impulsbruchteil des Protons, den das betrachtete Parton trägt. Dieser ist auf der Abzisse abgebildet. Die untersuchte Variable ist im vorliegenden Fall der Transversalimpuls $p_{T,Z}$ des Z-Bosons, aufgetragen auf der Ordinate. Durch die zusätzliche Einteilung der Histogramme in y_Z - und y_{Jet} -Bins bleibt die dreifach differentielle Betrachtung wie bereits in den Abschnitten 4.1 und 4.2 erhalten. μ_F entspricht der Faktorisierungsskala, welche in Gleichung (2.8) gegeben ist. Als PDF-Set wird hier NNPDF 2.3 gewählt.

Das Zeichen Δ steht für die Standardabweichungen; einmal berechnet für das Ensemble der Wirkungsquerschnitte und das andere Mal für die PDF-Replikas.

Aufgrund der Tatsache, dass in der Gleichung für den Korrelationskoeffizienten Mittelwert und Standardabweichung aus der gleichen Gesamtheit gewonnen werden, ist der Korrelationskoeffizient statistisch verzerrt und es wird die Besselkorrektur angewandt [6]. Es wird daher der Vorfaktor $\frac{N}{N-1}$ benötigt.

Der Korrelationskoeffizient kann Werte zwischen -1 und $+1$ annehmen. Dabei steht $+1$ für maximale positive Korrelation zwischen Gluon-PDF und Wirkungsquerschnitt und -1 steht dafür, dass die beiden Größen maximal antikorreliert sind. Nimmt der Korrelationskoeffizient in einem Phasenraumbereich den Wert $\rho_{\text{gluon}} = 0$ an, bedeutet dies, dass Gluon-PDF und Wirkungsquerschnitt dort überhaupt nicht korreliert sind. In diesem Bereich hätten Änderungen an der Gluon-PDF keine Auswirkungen auf die Wirkungsquerschnittsvorhersage.

In den Abbildungen steht demnach sattes Rot für starke Korrelation und dunkles Blau für starke Antikorrelation. Je transparenter ein Bereich ist, desto weniger korrelieren dort Änderungen an der PDF mit den aus ihr erhaltenen Wirkungsquerschnittsvorhersagen.

In den Darstellungen 4.4 und 4.5 ist an den teils kräftigen Farben deutlich zu erkennen, dass es für das Gluon Phasenraumregionen gibt, in denen starke Korrelationen auftreten. Dies bedeutet gleichzeitig, dass der differentielle Wirkungsquerschnitt in dieser Region eine hilfreiche Observable ist, um die PDF dieses Flavors genauer zu bestimmen. Sind die experimentellen Unsicherheiten in dem entsprechenden Bereich kleiner als die PDF-Unsicherheiten, so kann die Gluon-PDF in diesen Bereichen folglich noch verbessert werden. Durch gezieltes Untersuchen dieser Phasenraumregionen, kann mehr über die Partonverteilungsfunktionen und damit über den Aufbau des Protons herausgefunden werden.

Im zentralen Detektorbereich, dargestellt in den Abbildungen 4.4a für den Fall *same side* und 4.5a für den Fall *opposite side*, ist eine starke positive Korrelation im Bereich mittlerer Impulsbruchteile von $x \approx 10^{-2}$, die das Gluon trägt, zu erkennen. Aufgrund der dort vorherrschenden Konfiguration aus Z -Boson und Parton-Jet, sind ss- und os-Ereignistopologie in dieser Region erwartungsgemäß vergleichbar.

Für größere Transversalimpulse $p_{T,Z}$ des Z -Bosons verschiebt sich die positive Korrelation etwas hin zu höheren Impulsbruchteilen von etwa $x = 3 \cdot 10^{-2}$. Dieses Ergebnis ist logisch, da für ein höheres $p_{T,Z}$ auch höhere Impulse x der kollidierenden Partonen in der Ausgangssituation benötigt werden.

Für jeden Bereich starker Korrelation, muss es entsprechend einen Bereich starker Antikorrelation geben. Denn eine starke Korrelation bedeutet, dass der Wirkungsquerschnitt im entsprechenden Bereich sensitiv auf Änderungen der PDF ist. Wird die PDF in diesem Bereich in eine bestimmte Richtung optimiert, so muss sie aufgrund verschiedener Erhaltungssätze in einem anderen Bereich eine entgegengesetzte Änderung erfahren. Dieser andere Bereich ist entsprechend antikorreliert. In diesem, in den Grafiken 4.4a und 4.5a abgebildeten, Fall liegt diese Region der Antikorrelation bei höheren x -Werten beginnend bei $x = 10^{-1}$.

Es sind für den zentralen Detektorbereich, welcher geringen Z - und Jet-Rapiditäten entspricht, kaum Korrelationen im Bereich niedriger x von $x = 10^{-4}$ bis $x = 10^{-3}$ zu sehen. Diese x -Bereiche spielen vielmehr eine Rolle für den Fall eines geboosteten Systems, wie es in Abbildung 4.4d dargestellt ist. Hier ist das Gluon eher der Kollisionspartner mit dem kleinen Impulsbruchteil x , während das für den Boost in Strahlrichtung erforderliche zweite Parton mit hohem x mit größerer Wahrscheinlichkeit ein Valenz-Quark ist. Dies erklärt die positive Korrelation des Wirkungsquerschnitts mit der Gluon-PDF im Bereich niedriger Impulsbruchteile von $x \approx 10^{-3}$, welche in Grafik 4.4d zu sehen ist.

Beim Vergleich der Bilder 4.4b und 4.4c für ss sind deutliche Unterschiede zwischen diesen beiden Konfigurationen wahrzunehmen.

In vielen Fällen wird beim untersuchten Prozess das Gluon den detektierten Parton-Jet darstellen. Eine hohe Jet-Rapidität y_{Jet} , wie in Abbildung 4.4c, lässt sich deshalb mit

einem nach der Kollision bezüglich der Strahlachse stark abgelenkten oder kaum abgelenkten Gluon identifizieren.

Dies zeigt sich in Darstellung 4.4c insofern, als dass sowohl bei niedrigen Impulsbruchteilen $x \approx 5 \cdot 10^{-3}$, als auch bei sehr hohen $x \approx 2 \cdot 10^{-1}$ eine positive Korrelation mit der Gluon-PDF vorherrscht. Eine weitere Begründung hierfür ist wiederum der jeweilige Bereich des Transversalimpulses $p_{T,Z}$ des Z-Bosons. Für hohe $p_{T,Z}$ liegt die Korrelation in diesem Phasenraumbereich bei sehr hohen x , während für niedrige $p_{T,Z}$ eher ein Gluon mit kleinem x beiträgt.

Für die in Abbildung 4.4b gezeigte Situation kleiner Jet-Rapiditäten y_{Jet} bei großer Z-Rapidität y_Z , beschränkt sich die positive Korrelation des Wirkungsquerschnitts mit der Gluon-PDF auf Regionen kleiner bis mittlerer Impulsbruchteile von $x = 10^{-3}$ bis $x = 10^{-4}$, und dies auch eher für niedrige Transversalimpulse des Z-Bosons mit $p_{T,Z} < 10^2$ GeV.

Gleiches gilt für den Fall der OS, dargestellt in Grafik 4.5b, mit dem Unterschied, dass die Korrelation im Bereich hoher $p_{T,Z}$ deutlich geringer ist als für ss. Währenddessen nimmt der Korrelationskoeffizient für OS im Bereich hoher Jet-Rapidität bei geringer Z-Rapidität, dargestellt in Bild 4.5c, größere Werte an, als für ss.

Die in Abbildung 4.5d dargestellte Phasenraumregion eines nahezu ausbalancierten Systems aus Jet und Z-Boson bei gleichzeitig hohen Rapiditäten y_{Jet} und y_Z , zeigt Korrelationen zwischen Wirkungsquerschnitt und Gluon-PDF in den höheren x -Bereichen von $x > 10^{-2}$. Als Erklärung lässt sich hier anführen, dass die kollidierenden Partonen für die Situation eines ausbalancierten Systems ähnliche Impulsbruchteile $x_i \approx x_j$ tragen müssen. Da, wie in Unterkapitel 4.5 gezeigt wird, der dominierende Prozess auf Partonlevel der Quark-Gluon-Prozess ist und die Valenzquarks vergleichsweise hohe Impulsbruchteile x tragen, muss das Gluon für diese Konfiguration auch einen entsprechend hohen Impulsbruchteil x besitzen.

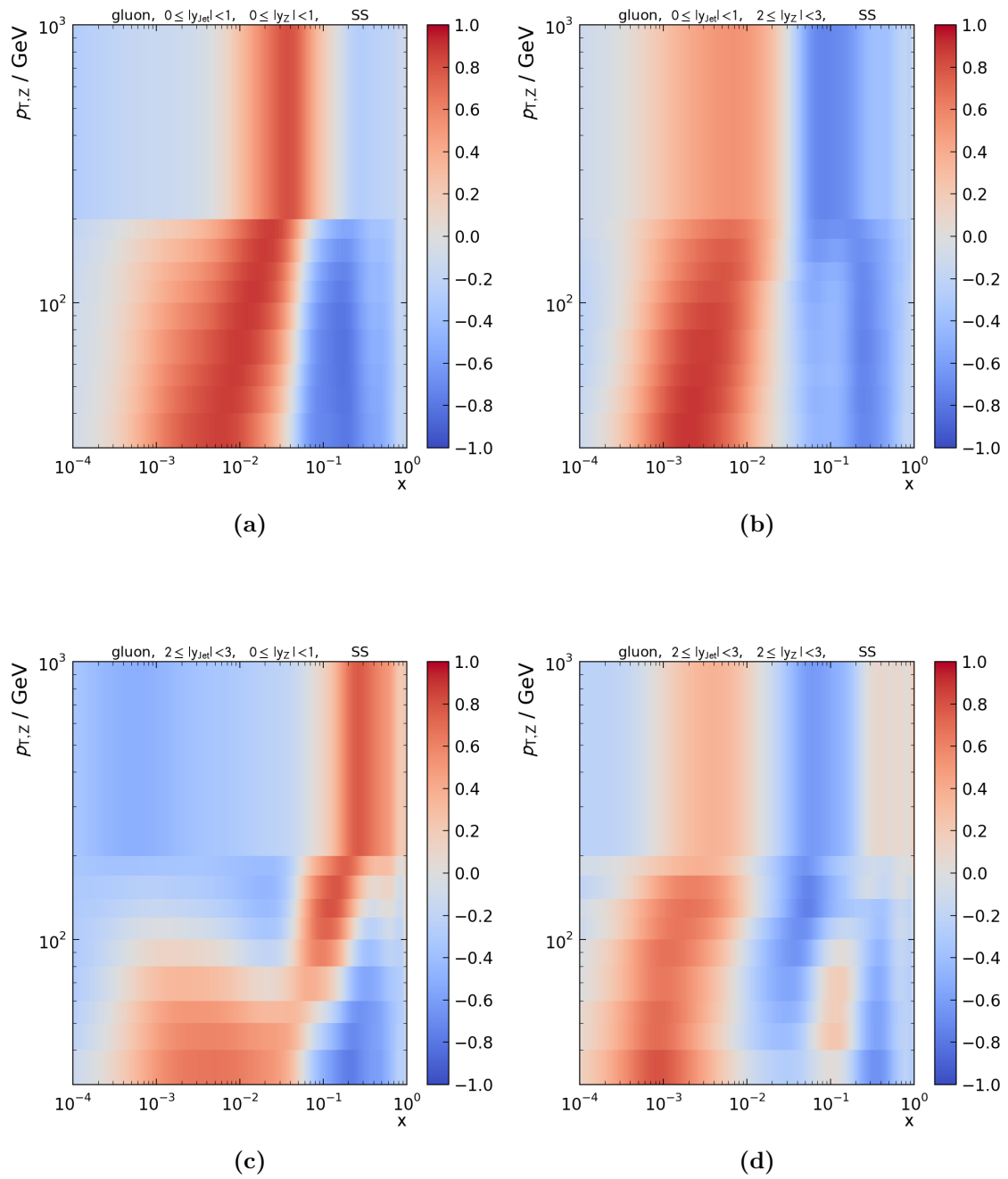


Abbildung 4.4: Korrelation zwischen der Gluon-PDF und der Wirkungsquerschnittsvorhersage des NNPDF 2.3 Sets für den Fall 'same side', untersucht in verschiedenen Phasenraumregionen von y_Z und y_{Jet} , sowie $p_{T,Z}$.

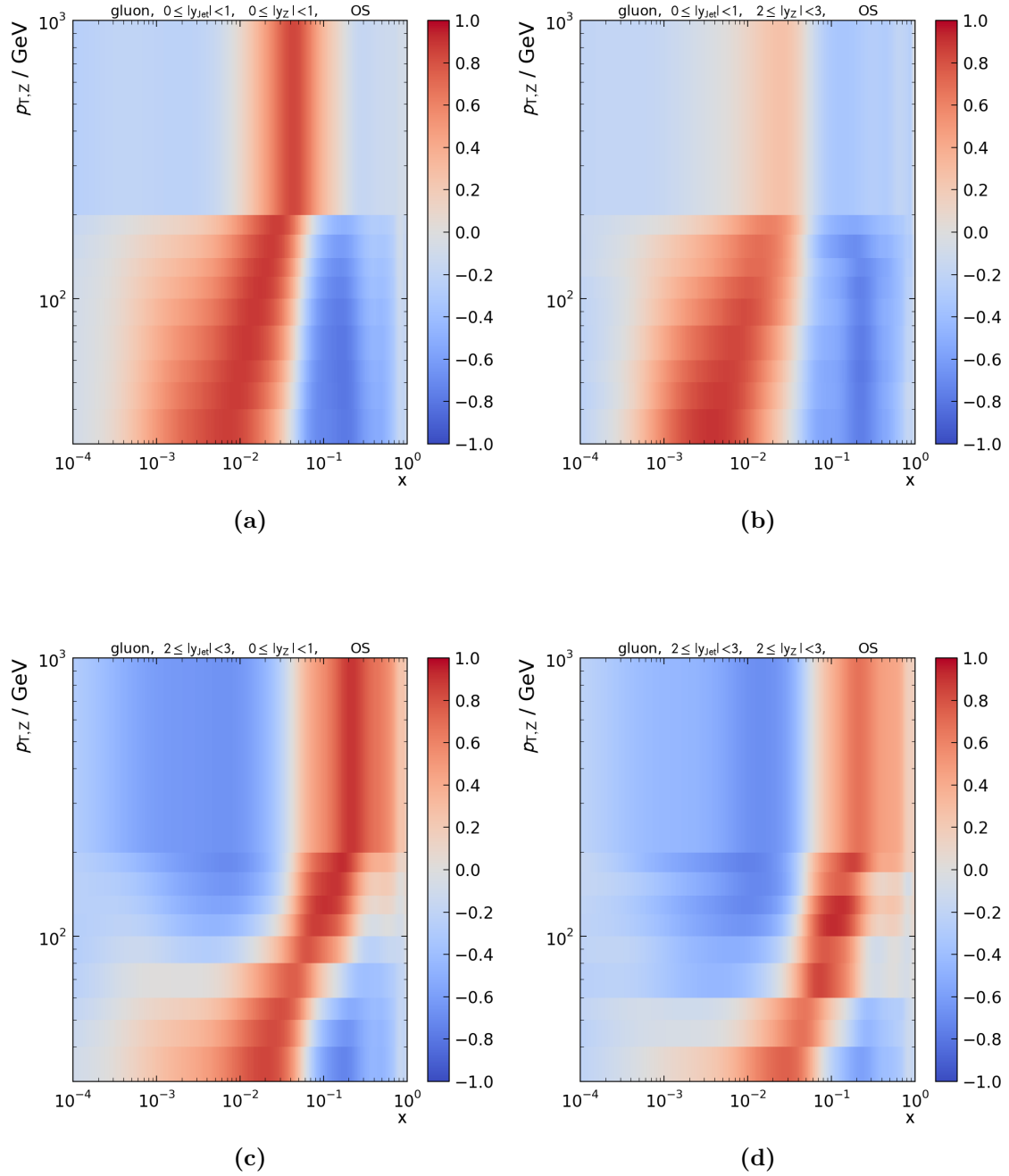


Abbildung 4.5: Korrelation zwischen der Gluon-PDF und der Wirkungsquerschnittsvorhersage des NNPDF 2.3 Sets für den Fall 'opposite side', untersucht in verschiedenen Phasenraumregionen von y_Z und y_{Jet} , sowie $p_{T,Z}$.

4.4 Skalenunsicherheit

Zwei weitere Größen, die in der Quantenchromodynamik bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts eingehen, sind die in Abschnitt 2.1 eingeführte Faktorisierungsskala μ_F und die Renormierungsskala μ_R . Die Skalenwahl von μ_F und μ_R ist beliebig. Die Wahl von μ_F ist entscheidend dafür, welcher Teil des Prozesses in Gleichung (2.3) durch die pQCD-Matrixelemente $\hat{\sigma}_{ij}$ und welcher Teil durch die PDFs beschrieben wird. Die Kopplungskonstante $\alpha_s(\mu_R)$ ist eine Funktion der Renormierungsskala μ_R [9]. Da in der vorliegenden Arbeit nur die ersten beiden Ordnungen in α_s betrachtet werden (führende und darauf folgende Ordnung, LO und NLO), ändert sich mit Variation der beiden Skalen auch die Vorhersage für den Wirkungsquerschnitt.

Im Rahmen dieser Analyse wurde ein Fehler bei der derzeit implementierten Berechnung der Skalenunsicherheit entdeckt. Dieser tritt bei der Verwendung von fastNLO im Zusammenhang mit Sherpa auf. Die für die Variation der Faktorisierungsskala notwendigen Koeffizienten der Matrixelemente werden nicht korrekt an fastNLO übertragen. Daher wird die Skalenunsicherheit im Folgenden mithilfe von HOPPET [34] berechnet. Diese Variante führt zum korrekten Ergebnis. Die ursprünglich mit der fehlerhaften Funktion erhaltenen Plots sind im Anhang A in Abbildung A.2 zu finden.

In den im Folgenden diskutierten Plots 4.6 und 4.7 wird jeweils nur ein PDF-Set, CT14 NLO, betrachtet.

Vergleichbar zu den Abbildungen im Kapitel 4.2 über die PDF-Unsicherheiten ist auch hier der Transversalimpuls $p_{T,Z}$ des Z-Bosons auf der x-Achse und das Verhältnis der variierten Skalenwahl zur ursprünglichen Skalenwahl von $\mu_R = \mu_F = 1.0$ auf der y-Achse dargestellt. Dieses Verhältnis bezieht sich auf den Wirkungsquerschnitt, der mit der für Faktorisierung und Renormierung verwendeten Energieskala erhalten wird.

Die verschiedenen Variationen sind in der Legende der Abbildungen aufgelistet. Dabei wurde der Wert von μ_R beziehungsweise μ_F jeweils entweder verdoppelt, halbiert oder beibehalten. Der in rot eingezeichnete Graph für die Werte $\mu_R = \mu_F = 1.0$ entspricht der ursprünglichen Skalenwahl von $\sqrt{p_{T,Z}^2 + M_Z^2}$, welche auch in den vorangegangenen Abschnitten verwendet wurde. Die Anordnung der vier Diagrammen pro Seite ist analog zu den vorherigen Abhandlungen.

Es wird jeweils der mit einer bestimmten Skalenwahl erhaltene Wirkungsquerschnitt durch den mit der ursprünglichen Wahl von μ erhaltenen dividiert und aufgetragen.

Wie bereits in den vorigen Betrachtungen, so fällt auch hier auf, dass die erhaltenen Unsicherheiten für den Fall *opposite side* sichtbar größer sind als für *same side*.

Besonders deutlich wird dies für große Z- und Jet-Rapiditäten, wenn beide nahe der Strahlachse detektiert werden.

Allgemein wird in den Darstellungen 4.6 und 4.7 deutlich, dass die Renormierungsskala μ_R , von welcher auch die Kopplungskonstante $\alpha_s(\mu_R)$ der starken Wechselwirkung abhängt, einen größeren Einfluss auf den Wirkungsquerschnitt hat als die Faktorisie-

rungsskala μ_F .

Für den ss Fall zeigt sich, dass die Größenordnung der Skalenunsicherheit, entsprechend der Abweichung zwischen den mit unterschiedlichen Skalen getroffenen Wirkungsquerschnittsvorhersagen, nie über einen Wert von 10 % steigt.

Zwischen den einzelnen Regionen der ss Konfiguration, dargestellt in den Abbildungen 4.6a bis 4.6d sind kaum Unterschiede sichtbar. Gegenüber den Situationen der zentral detektierten Teilchen in Abbildung 4.6a und des geboosteten Systems in Grafik 4.6d, lässt sich eine minimal größere Skalenunsicherheit für die in 4.6b und 4.6c dargestellten Situationen erkennen, in denen jeweils entweder Jet- oder Z-Rapidity maximal und die jeweils andere Größe im minimalen Bereich liegt.

Für os entspricht die Abbildung des zentralen Detektorbereichs in 4.7a aufgrund der vergleichbaren Kinematik der ss Situation (dargestellt in 4.6a) und es ist eine im Vergleich mit den anderen Phasenraumregionen der os geringe Skalenunsicherheit von maximal 10 % zu erkennen.

Für die weiteren Darstellungen 4.7b, 4.7c und 4.7d sind die Unsicherheiten aufgrund der Skalenwahl deutlich höher als im Falle der ss.

Besonders stark sichtbar wird dies in der Situation eines näherungsweise ausbalancierten Systems, abgebildet in Grafik 4.7d. Hier erreichen die Abweichungen der mit einer neuen Skalenwahl getroffenen Wirkungsquerschnittsvorhersagen im Vergleich zu der ursprünglichen Vorhersage Werte von bis zu 40 %. Eine Variation der Renormierungsskala μ_R führt in diesem Phasenraumbereich zu verhältnismäßig großen Abweichungen. Begründbar ist dies anhand der Subprozesse, welche in diesem Bereich im Vergleich zur LO in der NLO neu hinzukommen. Dazu gehören Prozesse, welche eine Quark- oder Gluon-Schleife im Feynmandiagramm beinhalten. Diese treten in der NLO erstmals auf und haben daher dort eine LO-Skalenabhängigkeit in $\alpha_s(\mu_R)$, die besonders bei Variation der Renormierungsskala μ_R zu großen Änderungen in der Wirkungsquerschnittsvorhersage führt. In Abbildung 4.7d ist dies deutlich zu erkennen. Das Ausmaß dieser neuen Beiträge bezüglich des NLO-Wirkungsquerschnittes wird in den im folgenden Kapitel 4.5 durchgeführten Untersuchungen sichtbar.

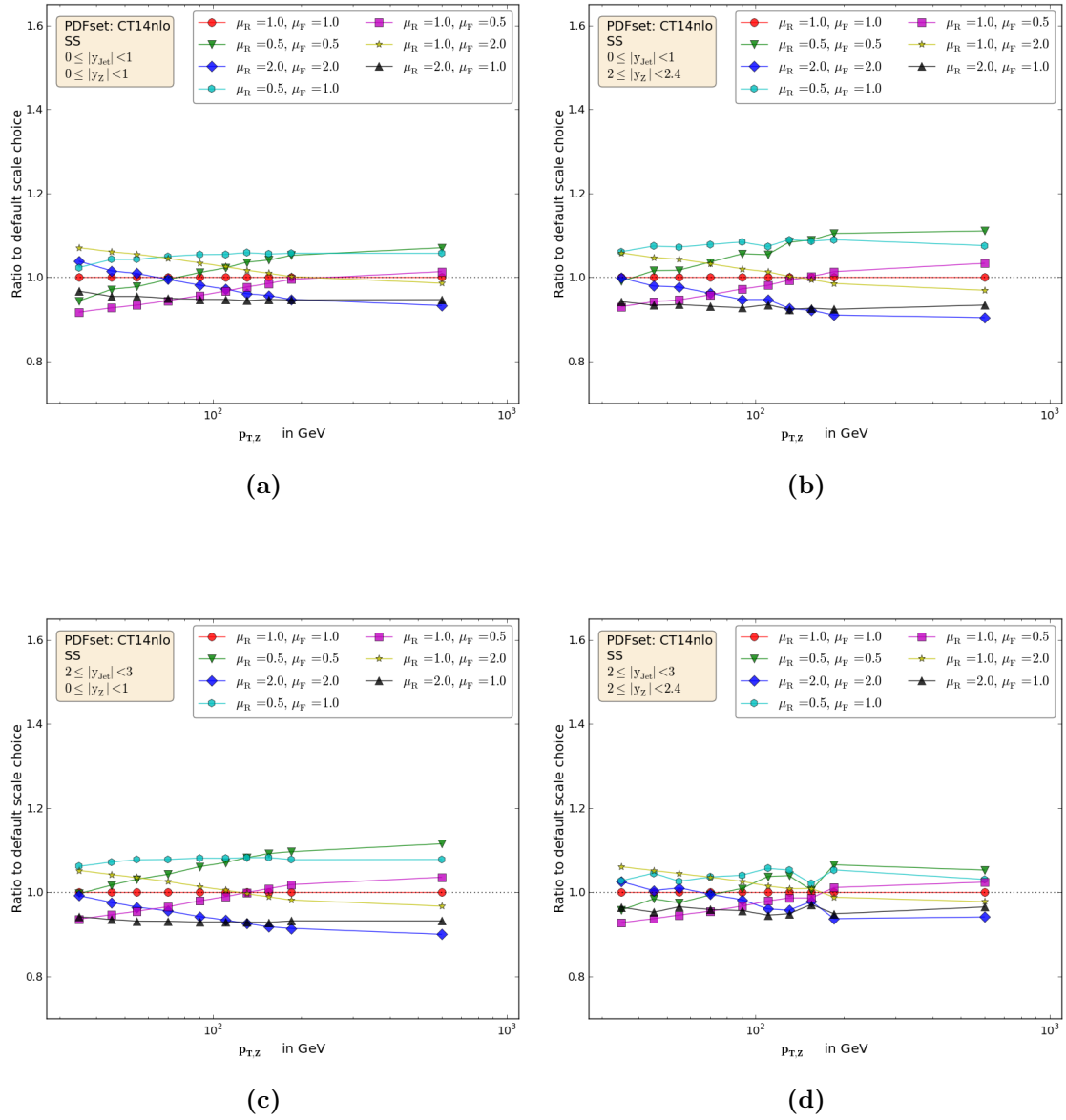


Abbildung 4.6: Skalenunsicherheit bezüglich μ_R und μ_F für die 'same side'-Konfiguration. Dargestellt ist das Verhältnis der mit einer bestimmten Skalenwahl von μ_R und μ_F vorhergesagten Wirkungsquerschnitte zum Wirkungsquerschnitt, welcher mit der ursprünglichen Skalenwahl ($\mu_R = \mu_F = 1.0$), die $\mu = \sqrt{p_{T,Z}^2 + M_Z^2}$ entspricht, erhalten wird. Die Ereignis-Einteilung erfolgt weiterhin in $p_{T,Z}$ -, y_Z - und y_{jet} -Bereiche

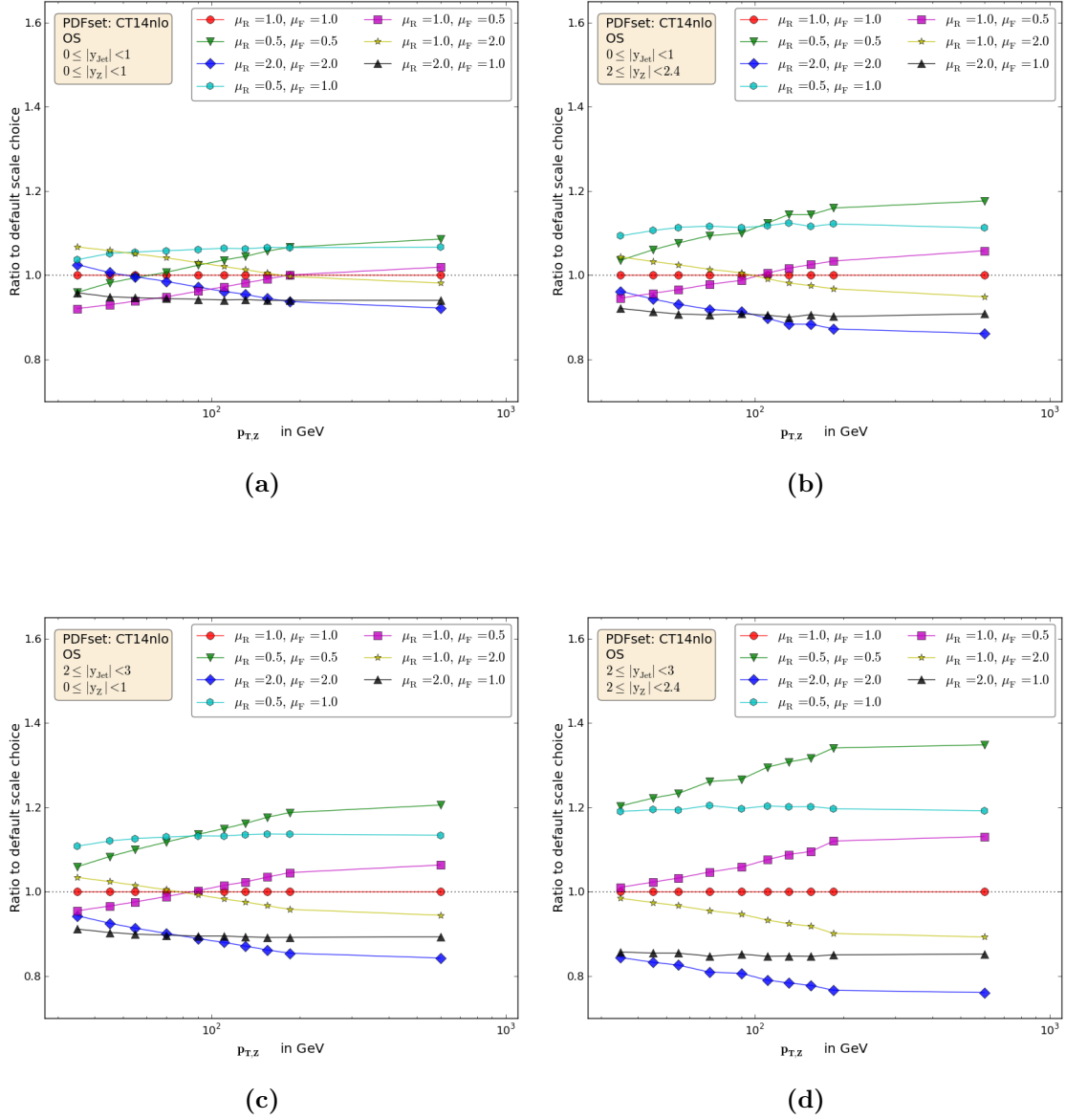


Abbildung 4.7: Skalenunsicherheit bezüglich μ_R und μ_F für die 'opposite side'-Konfiguration. Dargestellt ist das Verhältnis der mit einer bestimmten Skalenwahl von μ_R und μ_F vorhergesagten Wirkungsquerschnitte zum Wirkungsquerschnitt, welcher mit der ursprünglichen Skalenwahl ($\mu_R = \mu_F = 1.0$), die $\mu = \sqrt{p_{T,Z}^2 + M_Z^2}$ entspricht, erhalten wird. Die Ereignis-Einteilung erfolgt weiterhin in $p_{T,Z}$ -, y_Z - und y_{jet} -Bereiche

4.5 Untersuchung der beitragenden Subprozesse in der Z+Jet Produktion

Im Rahmen der vorherigen Analysen wird deutlich, dass die Unsicherheiten der PDFs sowohl für die Untersuchung der verschiedenen PDF Sets selbst in Abschnitt 4.2, als auch für die Untersuchung der Skalenunsicherheit des CT14 NLO Sets in Abschnitt 4.4 im Falle der *opposite side* Situation größer sind als für die *same side* Situation. Außerdem wird, wie in Abschnitt 4.1 dargestellt, im Fall großer Z-Rapiditäten y_Z für die Situation der OS ein geringerer Wirkungsquerschnitt im Vergleich zur SS-Ereignistopologie vorhergesagt. Um diesem Resultat auf den Grund zu gehen, werden im Folgenden die Subprozesse untersucht, welche dem den Wirkungsquerschnitt bestimmenden Prozess zugrunde liegen.

Dazu werden mithilfe einer fastNLO-Funktion die Beiträge jedes auf Partonlevel möglichen Subprozesses ermittelt. Dies sind 121 mögliche Kombinationen, da ein Beitrag des Top-Quarks aufgrund seiner hohen Masse bereits aus den PDFs ausgeschlossen wird. Um die Analyse übersichtlicher zu gestalten, werden die Subprozesse in sechs verschiedene Kategorien nach den Partonen im Anfangszustand eingeteilt:

- Gluon-Quark oder Gluon-Antiquark (gq)
- Gluon-Gluon (gg)
- Quark-Antiquark mit unterschiedlichem Flavor ($q_i\bar{q}_j$)
- Quark-Antiquark mit gleichem Flavor ($q_i\bar{q}_i$)
- Quark-Quark oder Antiquark-Antiquark mit unterschiedlichem Flavor (q_iq_j)
- Quark-Quark oder Antiquark-Antiquark mit gleichem Flavor (q_iq_i)

In den folgenden Abbildungen 4.10 und 4.11 wird gezeigt, mit welchem Anteil diese Kategorien jeweils zum Gesamtwirkungsquerschnitt in NLO beitragen. Somit sind alle Abbildungen auf den NLO-Wirkungsquerschnitt normiert. Dabei ist zu beachten, dass die Flächen für die verschiedenen Prozesse sich nicht überlappen, sondern gestapelt dargestellt sind. Auf der Abszisse ist dabei weiterhin der Transversalimpuls des Z-Bosons aufgetragen und die einzelnen Diagramme zeigen wieder die verschiedenen Phasenraumausschnitte entsprechend den in Kapitel 2.4 eingeführten Rapiditätsbereichen von Z-Boson und Jet. Es wird nun erwartet, dass sich die prozentualen Beiträge der verschiedenen Subprozess-Kategorien zu Eins aufaddieren. Dies ist in den Grafiken unter Berücksichtigung des Überlapps und der negativen Beiträge auch zu erkennen. Die negativen Werte sind anhand der Störungsreihe zu erklären, mit welcher der Wirkungsquerschnitt berechnet wird. Sie folgen aus den in NLO auftretenden Interferenztermen beim Berechnen der Matrixelemente. Hier wird der störungstheoretisch berechenbare Teil des Wirkungsquerschnitts nur bis zur nächsthöheren Ordnung (NLO) in α_s entwickelt. Das bedeutet, dass in der

Taylorreihe noch weitere Terme folgen können, die den Anteil einiger Prozesse senken, während andere Prozesse in diesen Termen, mit mehr starken Vertizes in den entsprechenden Feynmandiagrammen, möglich werden. Diese teils negativen Korrekturterme welche jenseits der LO auftreten können, sind unterhalb der Abszisse dargestellt.

Die Bilder 4.10 und 4.11, welche die NLO repräsentieren, zeigen deutlich, dass der dominierende Subprozess unabhängig vom Phasenraumbereich der Quark-Gluon-Prozess ist. Wie in den Abbildungen 4.8 und 4.9 zu sehen, tritt dieser bereits in der LO auf. Für *same side* folgt in NLO anteilmäßig darauf stets der Quark-Antiquark-Prozess mit Quarks des gleichen Flavors. Auch dieser ist (vgl. Abbildung 4.8 und 4.9) bereits Teil des LO-Wirkungsquerschnitts. Der Quark-Antiquark-Prozess kann mit dem gewöhnlichen Drell-Yan-Prozess (vgl. Abbildung 2.5) identifiziert werden.

Quark-Quark- sowie Antiquark-Antiquark- Prozesse mit gleichem oder unterschiedlichem Flavor treten erst in NLO auf. Deutlich zu sehen sind sie in den Grafiken 4.11c und 4.11d bei großen Jet-Rapiditäten y_{Jet} für die OS-Konfiguration. Gleiches gilt für Quark-Antiquark-Prozesse mit Quarks unterschiedlichen Flavors. Auch der Gluon-Gluon-Prozess tritt erst in NLO auf, trägt aber im Vergleich mit den anderen Subprozessen kaum zum NLO-Wirkungsquerschnitt bei (vgl. Bild 4.11c).

Im Vergleich der Verteilungen für *same side* und *opposite side* ist auffällig, dass für *opposite side* deutlich mehr unterschiedliche Subprozesse signifikant zum Wirkungsquerschnitt beitragen. Besonders stark deutlich wird dies im Bereich von sowohl hoher Z-Rapidität y_Z , als auch hoher Jet-Rapidität y_{Jet} , dargestellt in den Abbildungen 4.10d und 4.11d. Dies sind genau die Phasenraumregionen, für die in den vorherigen Studien in Kapitel 4.2 und 4.4 eine vergleichsweise große Unsicherheit aufgrund der PDFs festgestellt wurde. Der Effekt der zusätzlich eingehenden Subprozesse ist für den Fall hoher Jet-Rapidität noch etwas stärker als für den Bereich hoher Z-Rapidität. Hierzu sei auf den Vergleich zwischen den Abbildungen 4.10b und 4.10c für SS und zwischen 4.11b und 4.11c für OS verwiesen.

Werden nur die Beiträge aus führender Ordnung (LO) eingetragen, so lässt sich zeigen, welchen Anteil die führende Ordnung am in dieser Arbeit betrachteten NLO-Wirkungsquerschnitt hat.

Zuerst ist erkennbar, dass in führender Ordnung nur die beiden Prozesse Gluon-Quark und Quark-Antiquark (gleicher Flavor) auftreten. Außerdem zeigt Abbildung 4.9d klar, dass für diesen Phasenraumbereich, in welchem die höchsten Unsicherheiten in der Wirkungsquerschnittsvorhersage auftreten, nur wenig Beiträge aus der führenden Ordnung LO kommen. Die LO-Prozesse gq und $q_i\bar{q}_i$ tragen hier nur mit maximal 20 % für den Bereich kleiner Transversalimpulse $p_{T,Z}$ bei, wobei dieser Anteil der führenden Ordnung am NLO-Wirkungsquerschnitt zu höheren $p_{T,Z}$ weiter auf Werte von unter 10 % abfällt. Dies ist gleichbedeutend mit der Tatsache, dass für diese Konfigurationen hoher Rapiditäten im Falle der OS zusätzliche starke Vertizes im dazugehörigen Feynman-Diagramm, das heißt Prozesse aus der nächsthöheren Ordnung NLO in α_s , nötig sind. Dazu gehören beispielsweise die bei *opposite side* in NLO auftretenden Quark-Quark Prozesse.

In der Abbildung für sowohl hohe Z- als auch hohe Jet-Rapiditäten wird für den Fall *opposite side* sichtbar, dass in der nächsthöheren Ordnung einige Prozesse hinzukommen, welche in der führenden Ordnung in α_s nicht zum Wirkungsquerschnitt beitragen. Dies liegt an der Kinematik des Prozesses. Beispielhaft wird dies anhand des ausbalancierten Systems bei hohen Rapiditäten y_Z und y_{Jet} in Abbildung 4.11d im Zusammenhang mit der zugehörigen LO-Darstellung in Grafik 4.9d erläutert. Beim Vergleich zwischen LO und NLO wird deutlich, dass der k-Faktor, welcher die Größe der Korrektur des Wirkungsquerschnitts durch zusätzliche Betrachtung der NLO angibt, in diesem Phasenraumbereich sehr hoch ist. So kommen, wie in Abbildung 4.9d zu sehen, in den niedrigeren $p_{T,Z}$ -Regionen lediglich zwischen 10 % und 20 % des NLO-Wirkungsquerschnitts aus Prozessen, welche dort bereits in führender Ordnung LO auftreten. Die in der NLO-Abbildung 4.11d zusätzlich auftretenden Prozesse entsprechen für diesen Phasenraumbereich einer führenden Ordnung. Somit wird in diesem Phasenraumbereich eine große Skalenunsicherheit beziehungsweise -abhängigkeit erwartet, was bereits durch die Darstellung 4.7d in Kapitel 4.4 verdeutlicht wird.

Die Beiträge, welche in der Legende als $q_i q_j$ beziehungsweise $q_i \bar{q}_i$ bezeichnet werden, schließen sowohl Quark-Quark-, als auch Antiquark-Antiquark-Prozesse mit ein. Aufgrund der für diese kinematische Konfiguration benötigten Gegebenheiten wird davon ausgegangen, dass die Quark-Quark-Prozesse eher den Valenzquarks als den Seequarks zuzuschreiben sind. Um in diesen ausbalancierten Bereich hoher Rapiditäten, wie in Grafik 4.11d gezeigt, der *opposite side* Situation zu gelangen, werden die an dem Subprozess beteiligten Partonen mit Impulsen in vergleichbarem x -Bereich benötigt. Da bei OS der Anteil an qq -Prozessen für höhere $p_{T,Z}$ -Bereiche ansteigt (siehe Abbildung 4.11c und 4.11d), muss aber zudem genügend Energie für einen signifikanten Transversalimpuls $p_{T,Z}$ des Z-Bosons vorhanden sein. Diese Tatsache ist wahrscheinlicher für Valenzquarks, da diese für gewöhnlich höhere Impulsbruchteile tragen als die entsprechenden Seequarks.

Die Abbildungen 4.8a, 4.10a, 4.9a und 4.11a zeigen jeweils den zentralen Detektorbereich mit kleinen Rapiditätsbeträgen, sowohl für den Jet, als auch für das Z-Boson. Dieser Bereich ist von der Konfiguration aus Z-Boson und Jet vergleichbar für die Fälle *same side* und *opposite side*. Die Darstellungen bestätigen diese Annahme. Siehe hierzu die beiden Plots 4.10a für ss und 4.11a für os. Je höher die betrachteten Rapiditäten y_Z und y_{Jet} werden, desto mehr macht sich die Verschiedenheit der beiden Situationen ss und os bemerkbar. Am deutlichsten ist dies in den Abbildungen 4.10d für ss im Vergleich mit 4.11d für os gezeigt. Der *same side* Fall entspricht hier einem 'geboosteten' System, wofür ein Parton mit hohem x und eines mit niedrigem x benötigt werden. Wie auch in den Abbildungen zu sehen, so ist diese Konstellation am wahrscheinlichsten mit Quark-Gluon-Prozessen zu erreichen. Hierbei tragen die Gluonen einen relativ niedrigen Impulsbruchteil x des Protons, während die Quarks vornehmlich Valenzquarks darstellen und daher mit größerer Wahrscheinlichkeit einen höheren Impulsbruchteil x tragen.

Für os werden in dieser Phasenraumregion, wie oben bereits erläutert, zwei Partonen mit vergleichbaren Impulsbruchteilen x benötigt. Diese Voraussetzung wird mit höherer Wahrscheinlichkeit durch die hauptsächlich die Valenzquarks betreffenden Quark-Quark- und Quark-Antiquarkprozesse, wie in Abbildung 4.11d zu sehen, erfüllt. Außerdem kann,

jedoch mit deutlich geringerer Wahrscheinlichkeit, ein Gluon-Gluon-Prozess zweier Gluonen aus vergleichbarem x -Bereich zu dieser Konfiguration aus Z -Boson und Jet führen.

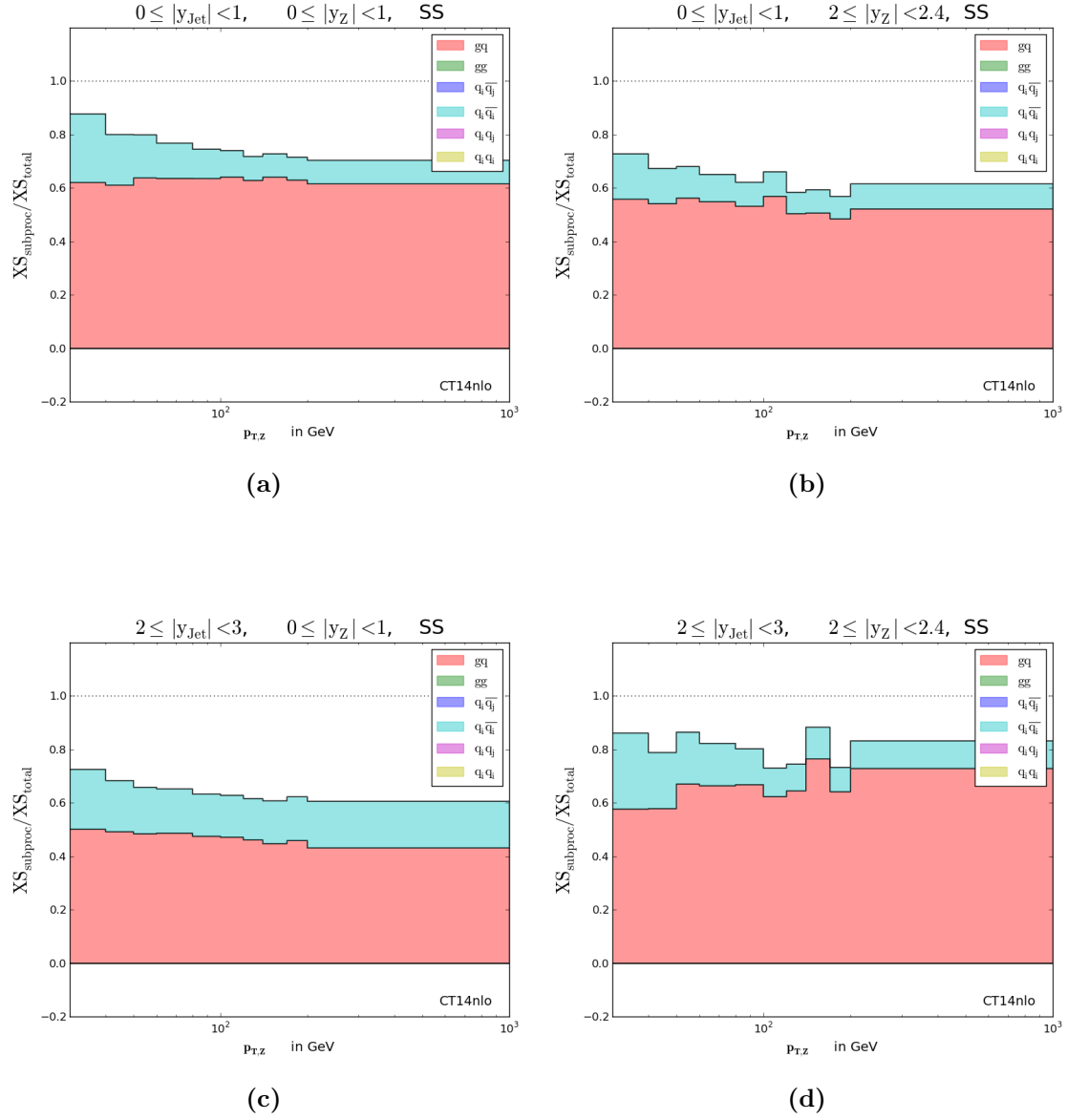


Abbildung 4.8: Subprozesse der $Z+Jet$ Produktion für Phasenraumregionen der 'same side'-Konfiguration in führender Ordnung (LO) in α_s . Abgebildet ist der Anteil des Wirkungsquerschnitts, den eine bestimmte Subprozess-Kategorie aus LO zum NLO-Gesamtwirkungsquerschnitt beiträgt.

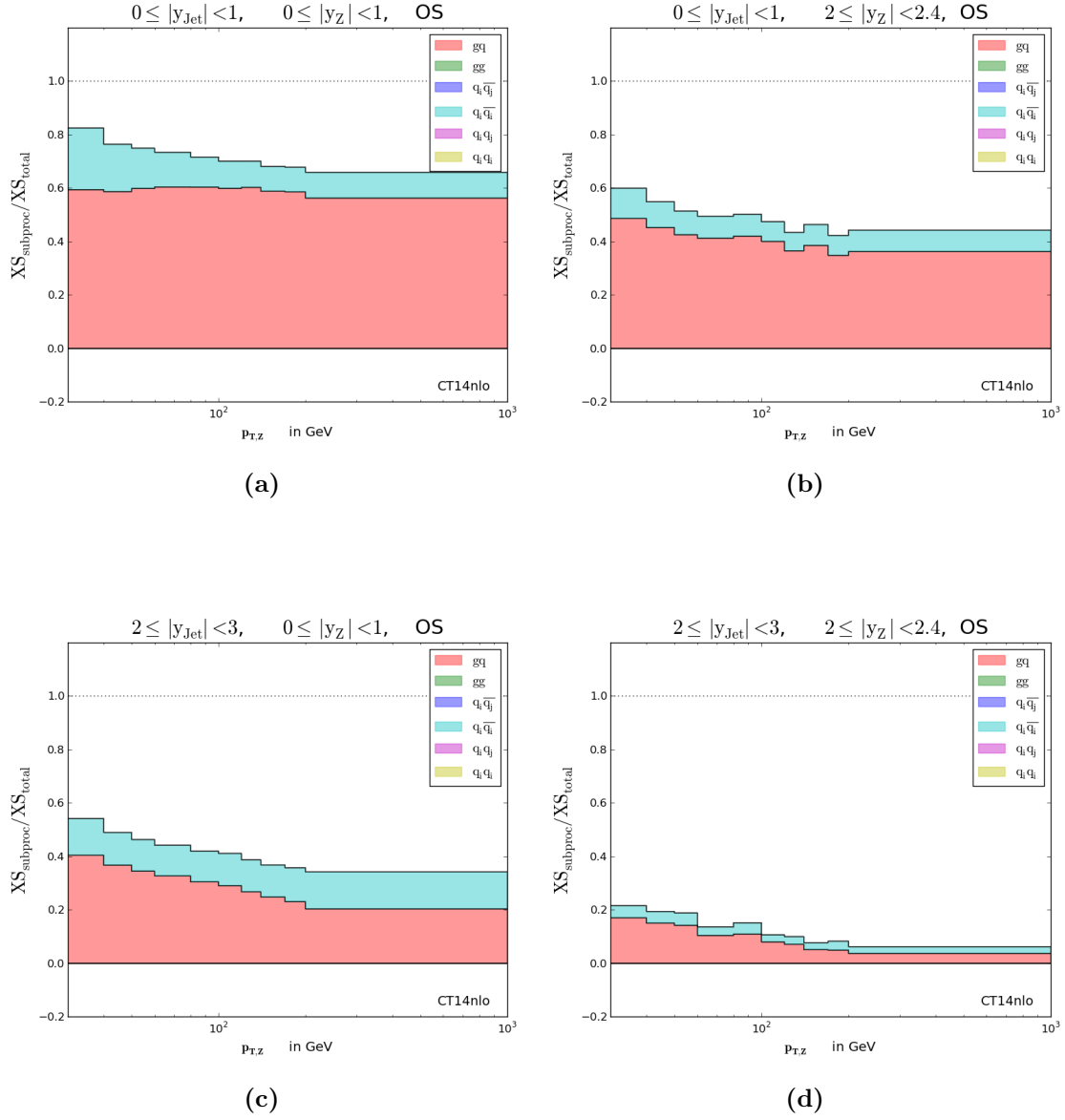


Abbildung 4.9: Subprozesse der Z+Jet Produktion für Phasenraumregionen der 'opposite side'-Konfiguration in führender Ordnung (LO) in α_s . Abgebildet ist der Anteil des Wirkungsquerschnitts, den eine bestimmte Subprozess-Kategorie aus LO zum NLO-Gesamtwirkungsquerschnitt beiträgt.

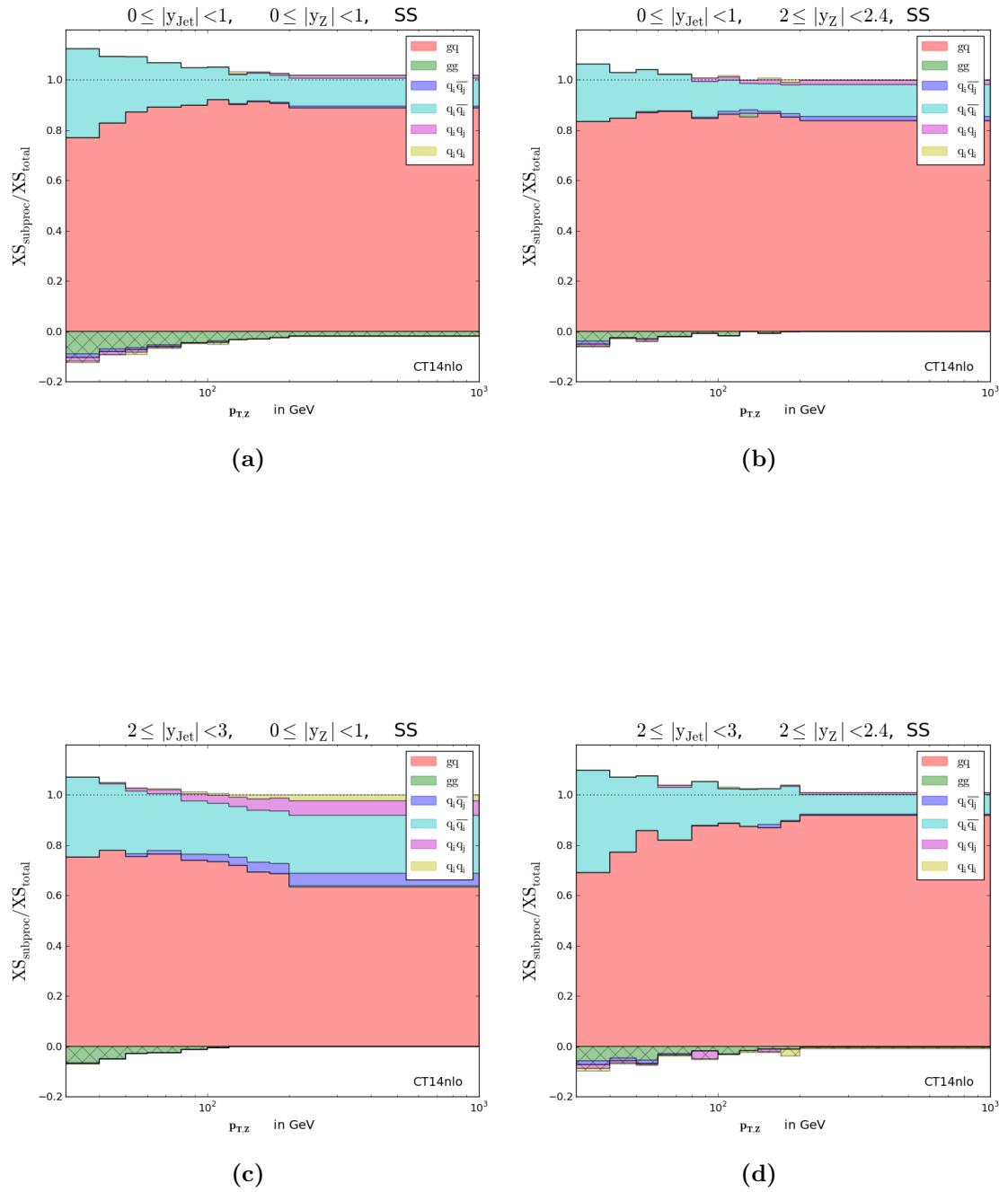


Abbildung 4.10: Subprozesse der Z+Jet Produktion für Phasenraumregionen der 'same side'-Konfiguration in nächst höherer Ordnung (NLO) in α_s . Abgebildet ist der Anteil des Wirkungsquerschnitts, den eine bestimmte Subprozess-Kategorie in NLO zum NLO-Gesamtwirkungsquerschnitt beiträgt.

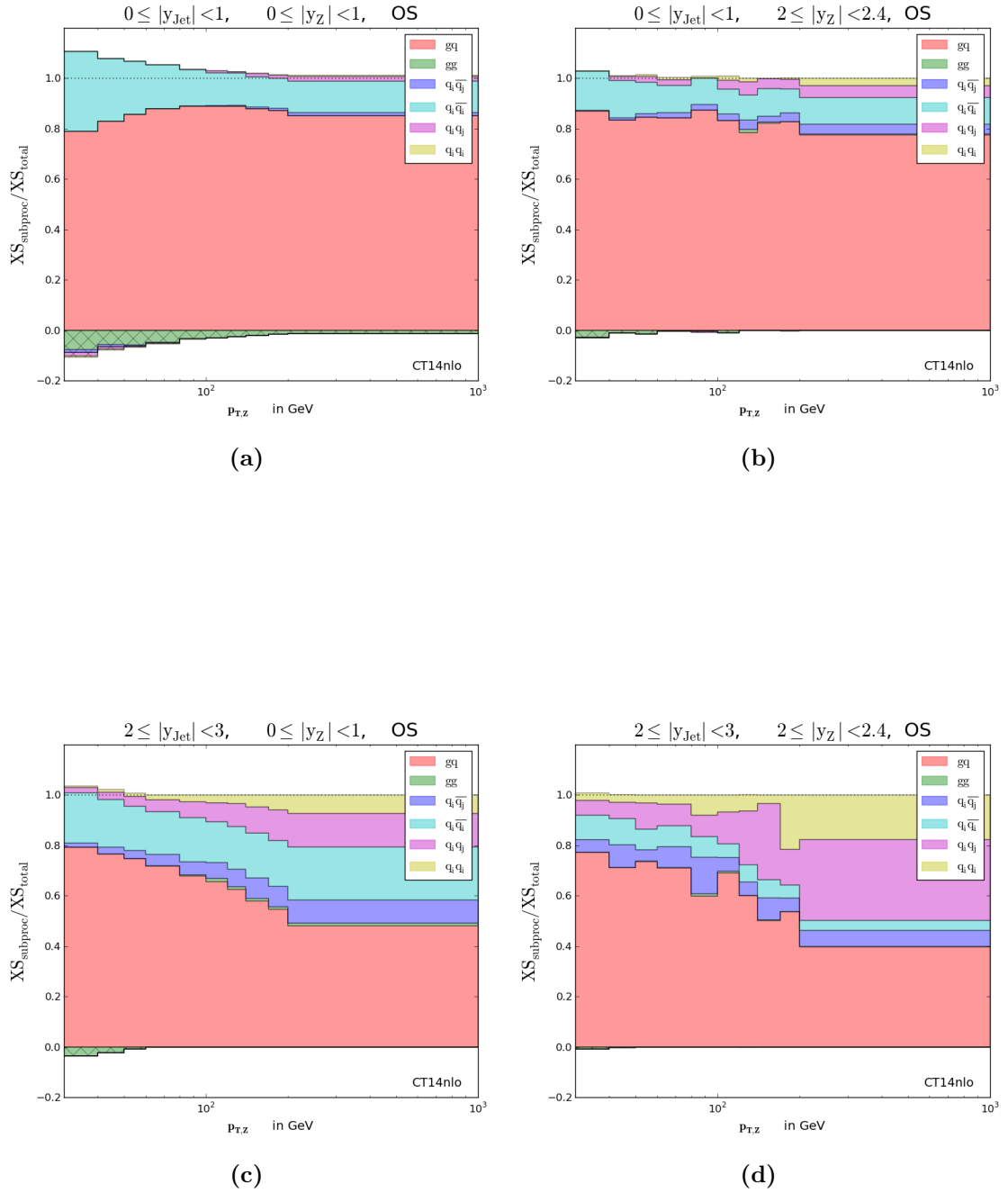


Abbildung 4.11: Subprozesse der Z+Jet Produktion für Phasenraumregionen der 'opposite side'-Konfiguration in nächst höherer Ordnung (NLO) in α_s . Abgebildet ist der Anteil des Wirkungsquerschnitts, den eine bestimmte Subprozess-Kategorie in NLO zum NLO-Gesamtwirkungsquerschnitt beiträgt.

Kapitel 5

Fazit und Ausblick

Um mehr über den Aufbau des Protons aussagen zu können, ist es nötig, die PDFs genauer zu bestimmen. Hierfür ist es wichtig, die Phasenraumregionen ausfindig zu machen, in denen bestimmte Observablen sensitiv auf Änderungen in den PDFs sind.

Zu diesem Zweck wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit Monte-Carlo-Ereignisse generiert und anhand dieser die Vorhersage des Z+Jet Wirkungsquerschnitts auf Sensitivität der PDFs untersucht. Aufgrund der guten Kenntnis der Eigenschaften des Z-Bosons, sowie der Tatsache, dass dieses im Detektor präzise messbar ist, eignet sich der Z+Jet Prozess für Studien dieser Art. Um die interessanten Phasenraumregionen exakter festzulegen, wurde eine dreifach differentielle Betrachtungsweise des Wirkungsquerschnittes der Z+Jet Produktion gewählt. Dazu wurden die Observablen Z-Transversalimpuls $p_{T,Z}$, Z-Rapidität y_Z , sowie Jet-Rapidität y_{Jet} verwendet.

Die verschiedenen Phasenraumbereiche wurden hinsichtlich des Wirkungsquerschnitts selbst, der PDF-Unsicherheiten und der Korrelation zwischen PDF und Wirkungsquerschnitt bezogen auf $p_{T,Z}$ studiert. Außerdem wurden die Unsicherheiten der Wirkungsquerschnittsvorhersage bezüglich einer variierten Wahl der Renormierungs- und Faktorisierungsskala μ_R und μ_F betrachtet und schließlich die in den einzelnen Phasenraumbereichen auftretenden Subprozesse analysiert.

Im Ergebnis zeigt sich, dass insbesondere der Bereich hoher Jet- und Z-Rapiditäten große PDF-Unsicherheiten aufweist. Dies betrifft in erster Linie den Fall der *opposite side*, wenn Z-Boson und Jet auf gegenüberliegenden Seiten des Detektors nachgewiesen werden. Denn in dieser Phasenraumregion treten, wie in Kapitel 4.5 erläutert, vermehrt Prozesse der NLO auf. Die vergleichsweise hohen Unsicherheiten deuten darauf hin, dass die Subprozesse, welche mit höherer Ordnung in α_s zum Wirkungsquerschnitt beitragen, nicht ausreichend in den PDFs berücksichtigt sind. Die möglichst exakte Messung des Wirkungsquerschnitts in diesem Phasenraumbereich kann dabei helfen, die Präzision der PDFs zu erhöhen, indem die Gegebenheiten genauer beschrieben werden.

Der dreifach differentielle Wirkungsquerschnitt erweist sich aufgrund starker Korrelationen mit der Gluon-PDF (vgl. Abschnitt 4.3) als sensitive Observable. Während sich neue Erkenntnisse in den Bereichen kleiner Impulsbruchteile von etwa $x = 10^{-3}$ eher aus Ereignissen im *same side* Fall hoher Rapiditäten gewinnen lassen, sind die Korrelationen für *opposite side* kinematisch bedingt besonders intensiv für x -Bereiche ab Impulsbruchteilen von etwa $x = 10^{-2}$.

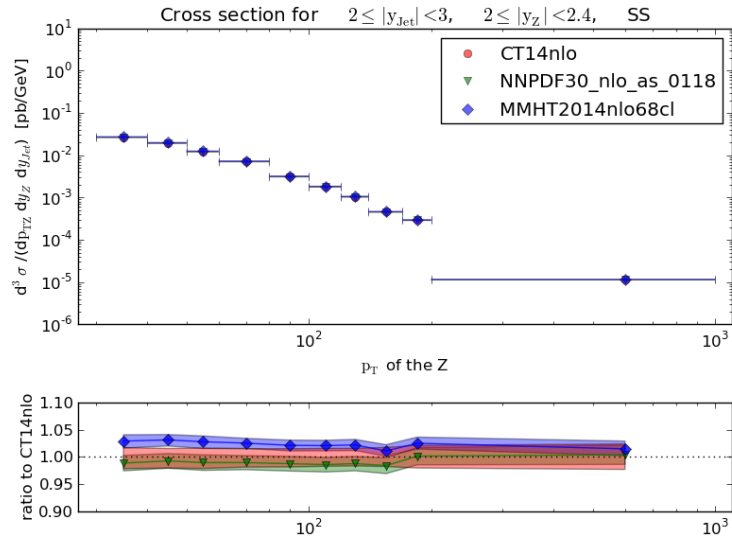
Für *opposite side* ergeben sich nicht nur für extreme Impulsbruchteile x , sondern auch für

Bereiche mittlerer Impulsbruchteile x starke Korrelationen für den Phasenraumbereich kleiner Rapiditäten, wo die Situation mit der *same side*-Ereignistopologie vergleichbar ist. Da dieser Phasenraumausschnitt dem zentralen Detektorbereich entspricht, welcher hohe Wirkungsquerschnitte und genaue Messergebnisse liefert, können weitere Untersuchungen in dieser Region zur Verbesserung der Gluon-PDF beitragen.

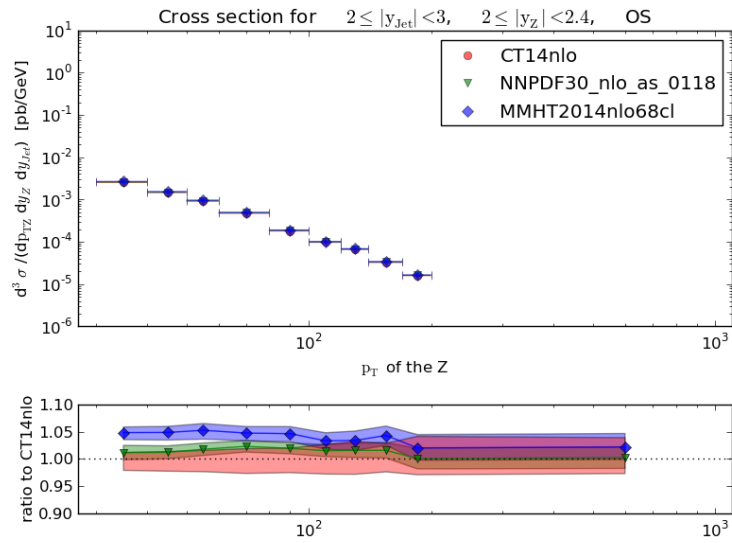
Zusammenfassend resultiert die Empfehlung einer genaueren Untersuchung des *opposite side* Falls. Dies kann die PDF-Präzision zwar weiter verbessern, wegen der in NLO auftretenden Subprozesse ist hier aber bislang auch eine große Skalenunsicherheit zu verzeichnen. Mit Betrachtung der NNLO, in welcher keine zusätzlichen Subprozesse auftreten, kann dies jedoch umgangen werden. Diese Ordnung liefert nur kleine Korrekturen zum Z+Jet Wirkungsquerschnitt [35]. Die Möglichkeit zur Untersuchung der NNLO wird in fastNLO bald verwendbar sein.

Anhang A

Zusätzliche Abbildungen

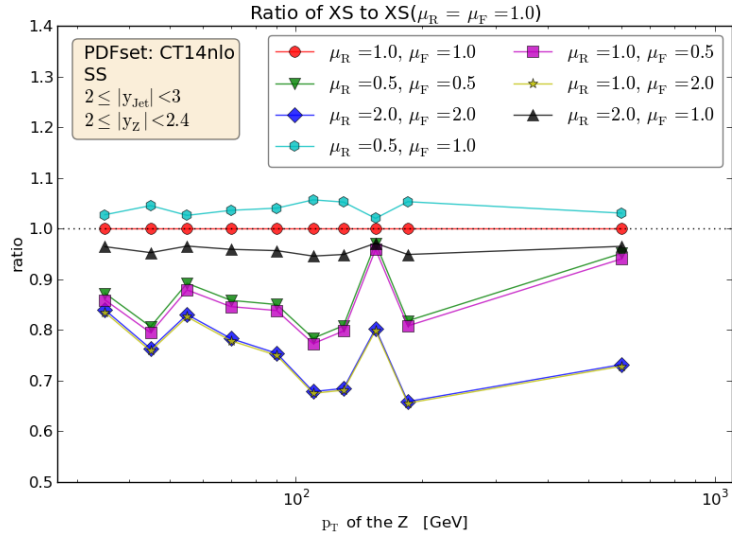


(a) Wirkungsquerschnittsvorhersagen für den Fall der 'same side' Konfiguration. Die dargestellte Situation hoher Z- und Jet-Rapiditäten entspricht einem entlang der Strahlachse geboosteten System.

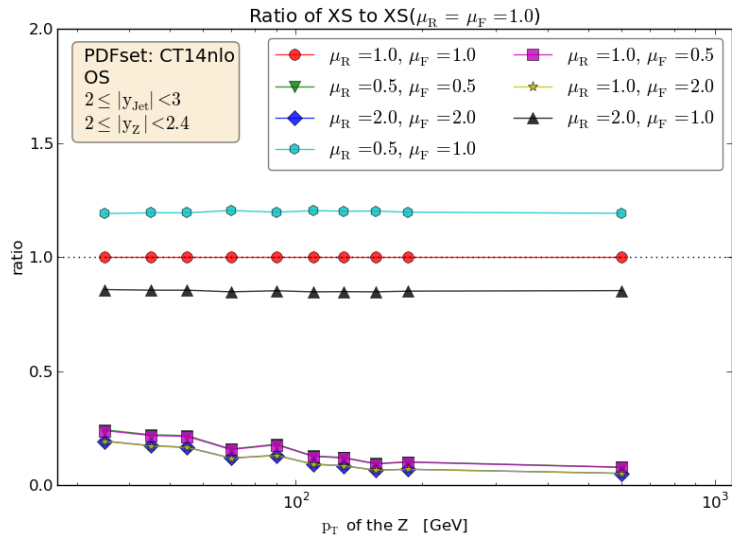


(b) Wirkungsquerschnittsvorhersagen für den Fall der 'opposite side' Konfiguration. Das System ist in diesem Fall hoher Rapiditäten von Z-Boson und Jet nahezu ausbalanciert. Z-Boson und Parton-Jet bewegen sich in entgegengesetzte Richtungen vergleichsweise nahe der Strahlachse.

Abbildung A.1: Vergleich der Wirkungsquerschnittsvorhersagen der verschiedenen PDF Sets CT14 NLO, NNPDF 3.0 NLO und MMHT2014 NLO. Hier beispielhaft dargestellt für den Phasenraumbereich hoher Z- und Jet-Rapiditäten y_Z und y_{Jet} . Zwischen den Sets der einzelnen Gruppen sind im Rahmen dieser Betrachtung keine Unterschiede sichtbar. Der untere Subplot entspricht jeweils der Untersuchung der PDF Unsicherheiten, wie in Kapitel 4.2 ausgeführt.



(a) Skalenunsicherheiten berechnet ohne HOPPET, 'same side'



(b) Skalenunsicherheiten berechnet ohne HOPPET, 'opposite side'

Abbildung A.2: Fehlerhafte Skalenunsicherheiten berechnet ohne HOPPET. Beispielhafte Darstellung für den Phasenraumbereich hoher Z- und Jet-Rapiditäten.

A.1 Korrelation mit der Seequark-PDF

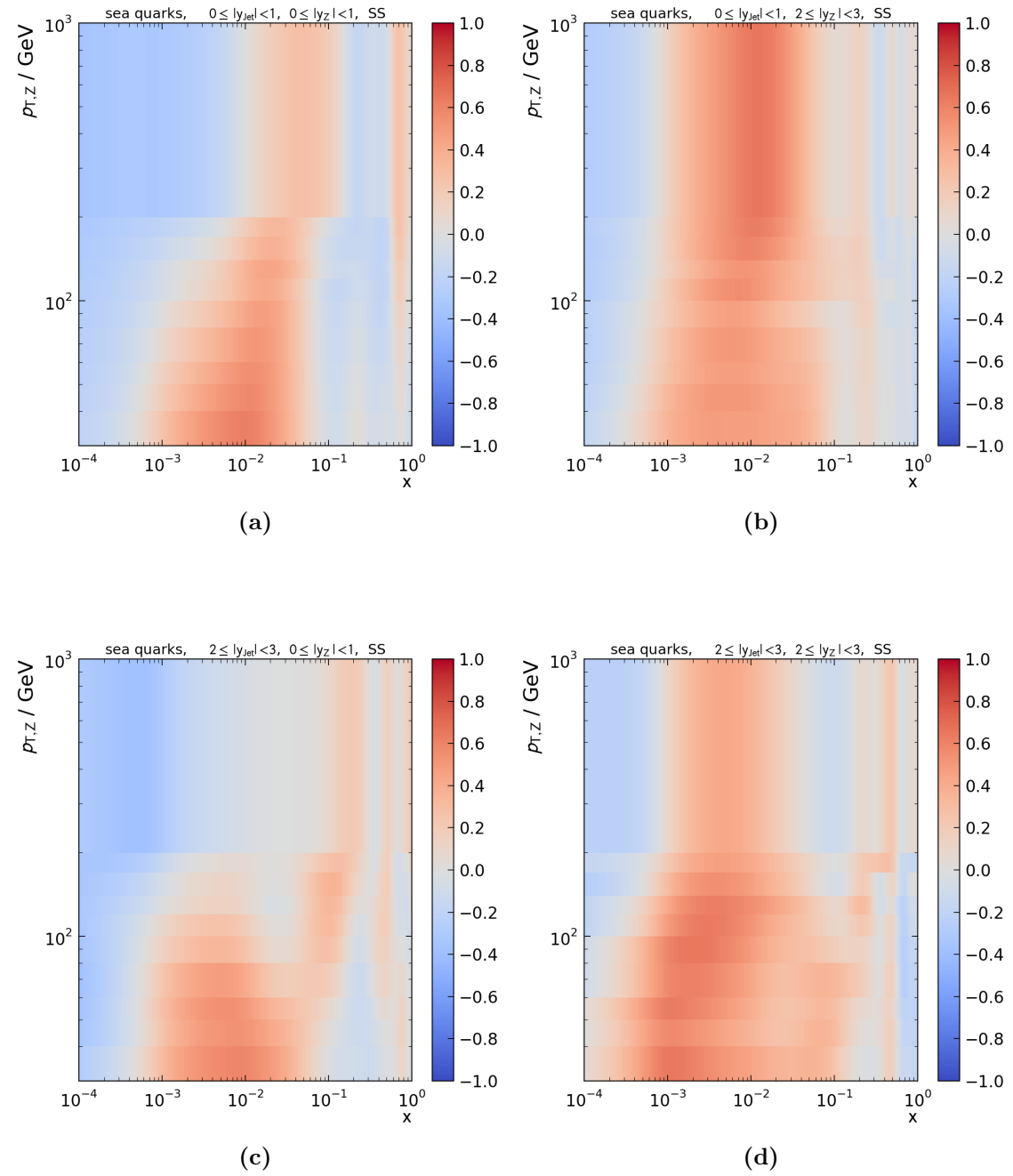


Abbildung A.3: Korrelation zwischen der Seequark-PDF und der Wirkungsquerschnittsvorhersage des NNPDF 2.3 Sets für den Fall 'same side', untersucht in verschiedenen Phasenraumregionen von y_Z und y_{jet} , sowie $p_{T,z}$.

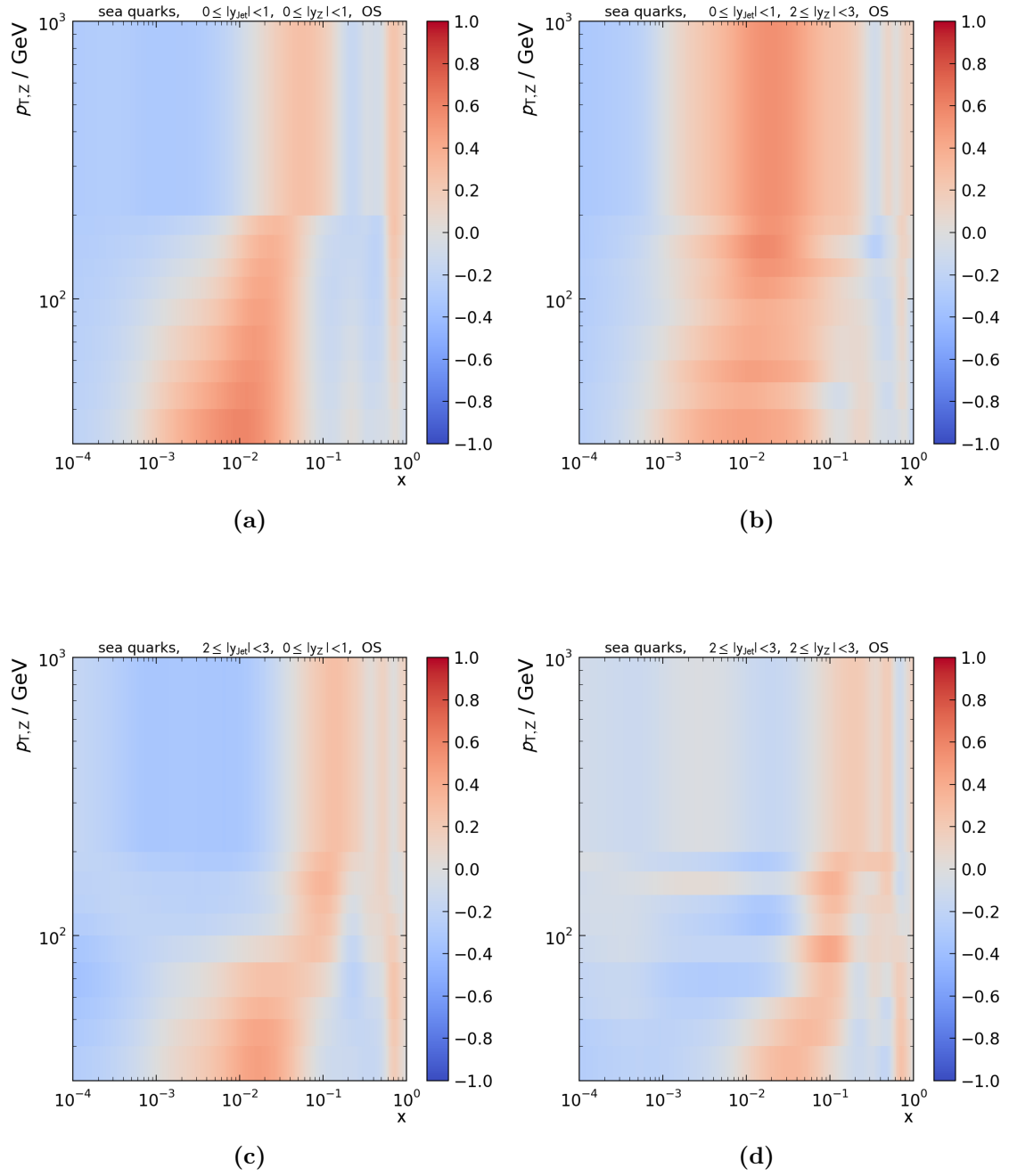


Abbildung A.4: Korrelation zwischen der Seequark-PDF und der Wirkungsquerschnittsvorhersage des NNPDF 2.3 Sets für den Fall 'opposite side', untersucht in verschiedenen Phasenraumregionen von y_Z und y_{jet} , sowie $p_{T,Z}$.

A.2 Korrelation mit der u-Valenzquark-PDF

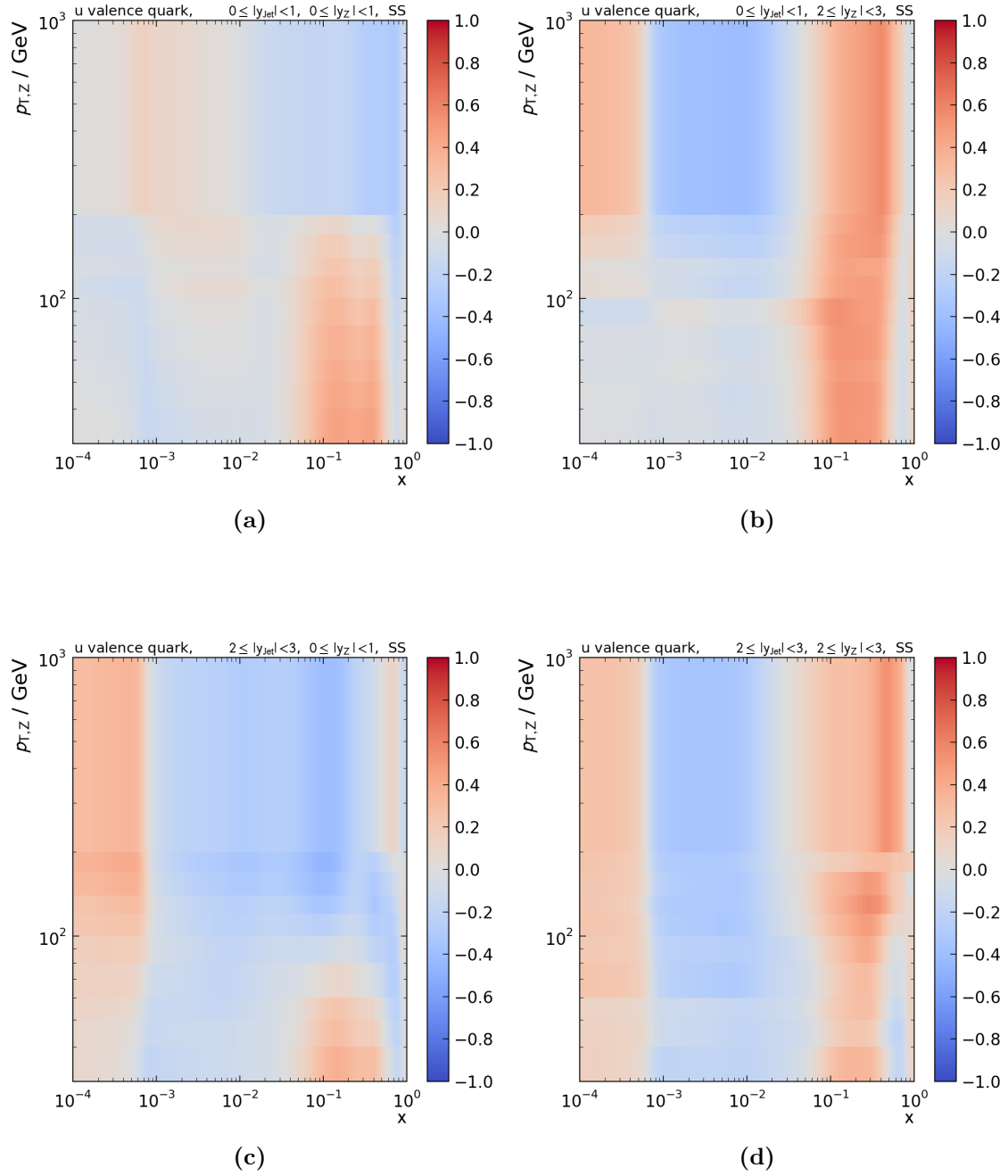


Abbildung A.5: Korrelation zwischen der u-Valenzquark-PDF und der Wirkungsquerschnittsvorhersage des NNPDF 2.3 Sets für den Fall 'same side', untersucht in verschiedenen Phasenraumregionen von y_Z und y_{jet} , sowie $p_{T,z}$.

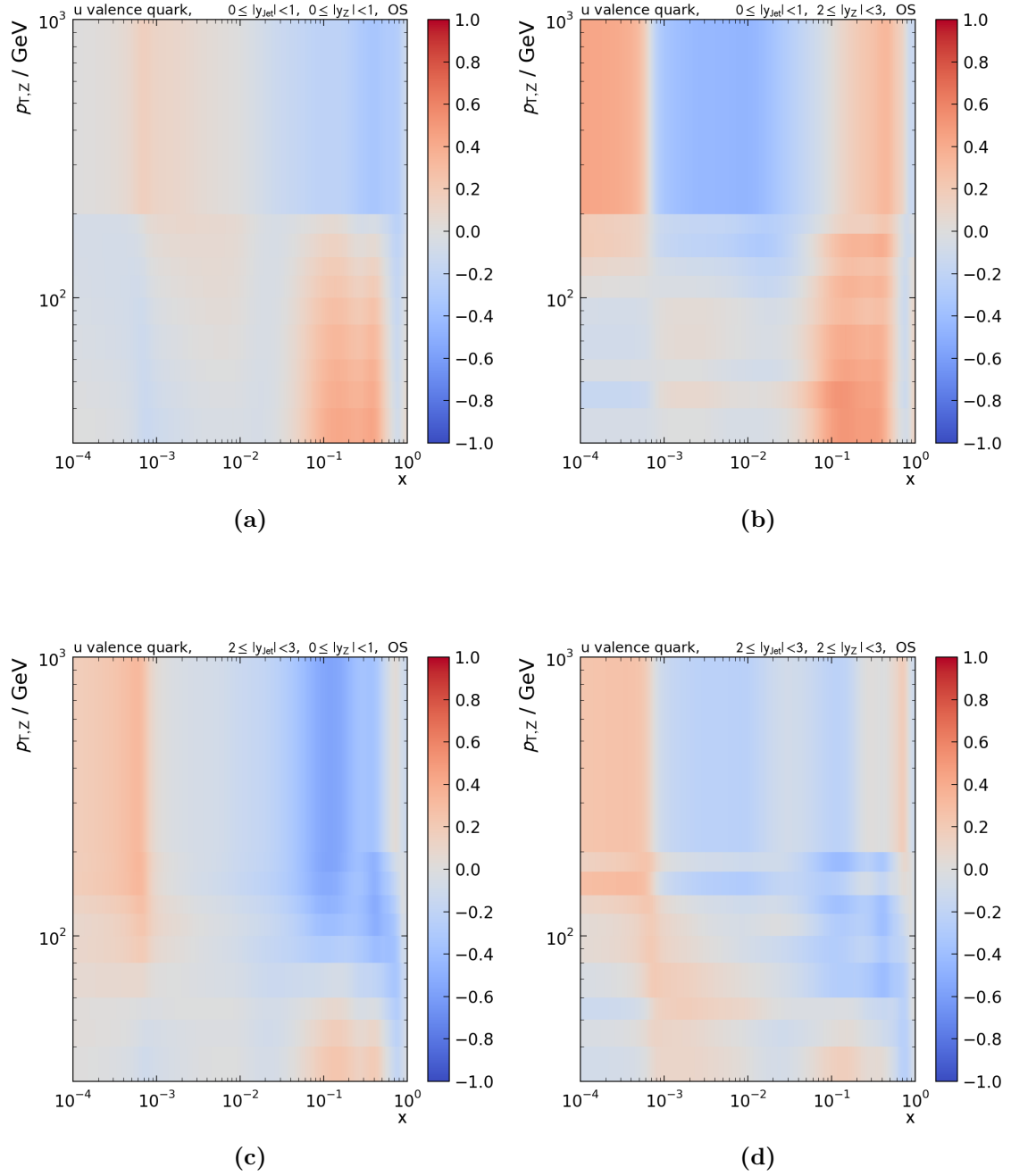


Abbildung A.6: Korrelation zwischen der u-Valenzquark-PDF und der Wirkungsquerschnittsvorhersage des NNPDF 2.3 Sets für den Fall 'opposite side', untersucht in verschiedenen Phasenraumregionen von y_Z und y_{jet} , sowie $p_{T,Z}$.

A.3 Korrelation mit der d-Valenzquark-PDF

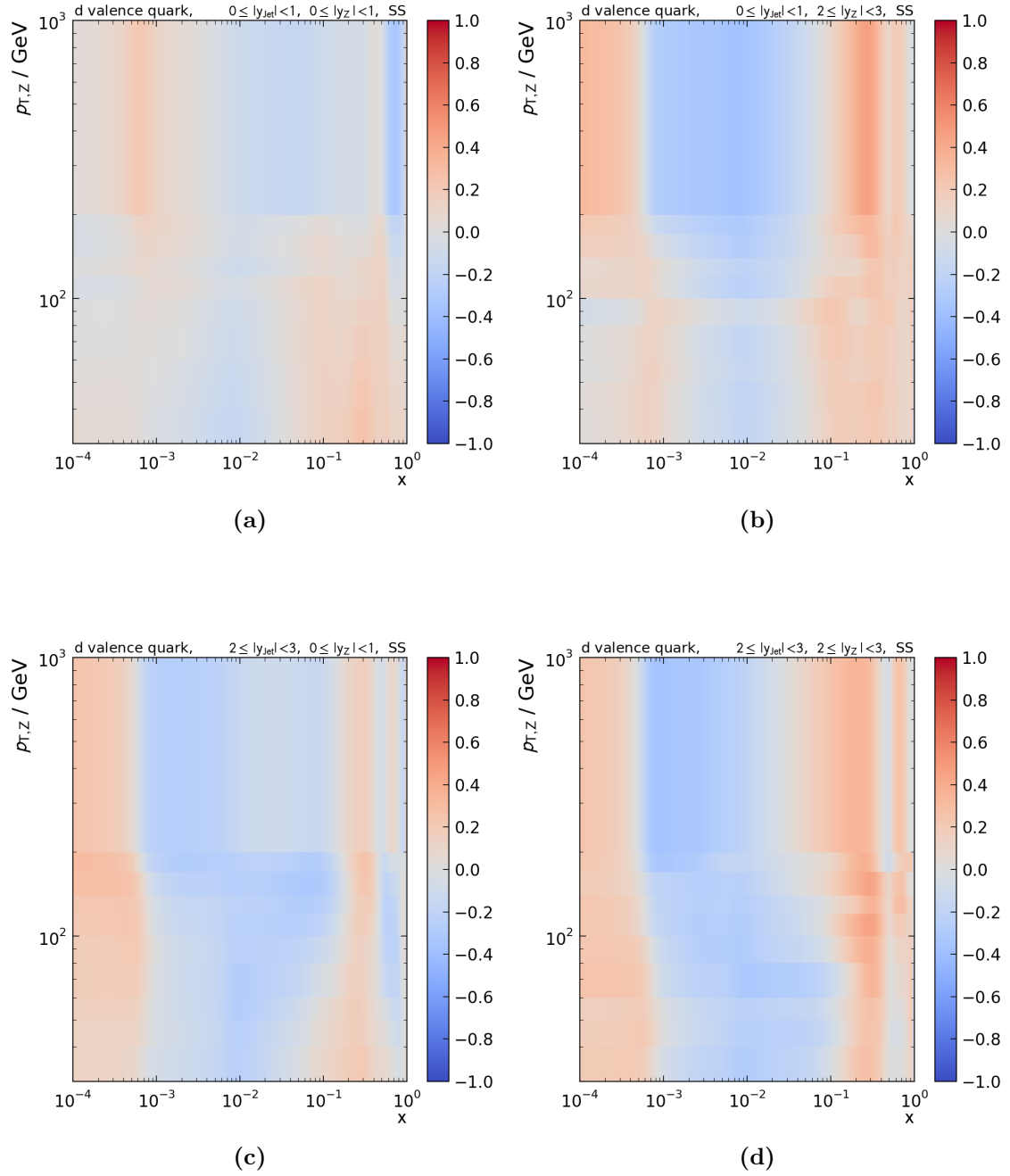


Abbildung A.7: Korrelation zwischen der d-Valenzquark-PDF und der Wirkungsquerschnittsvorhersage des NNPDF 2.3 Sets für den Fall 'same side', untersucht in verschiedenen Phasenraumregionen von y_Z und y_{Jet} , sowie $p_{T,z}$.

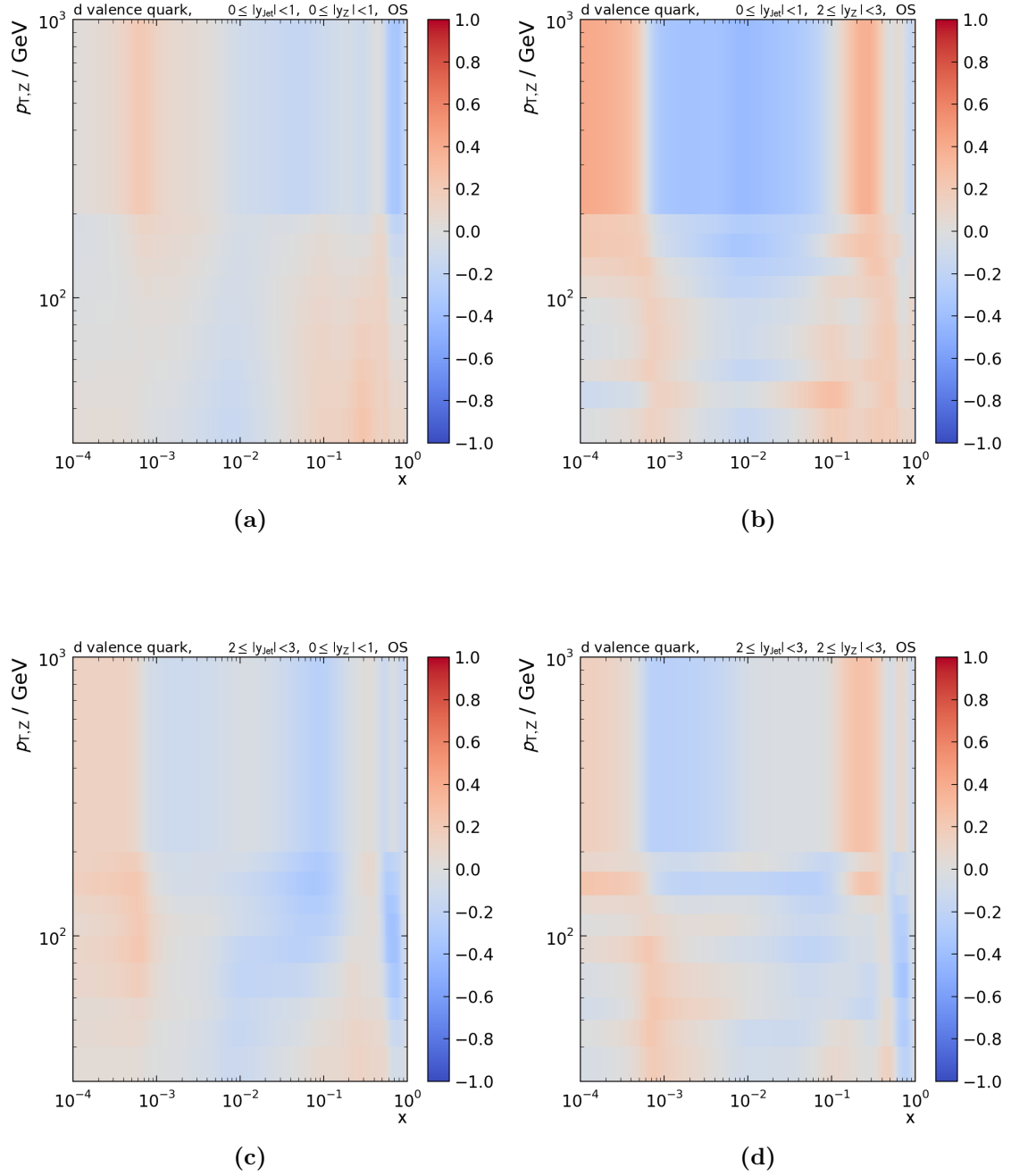


Abbildung A.8: Korrelation zwischen der d-Valenzquark-PDF und der Wirkungsquerschnittsvorhersage des NNPDF 2.3 Sets für den Fall 'opposite side', untersucht in verschiedenen Phasenraumregionen von y_Z und y_{jet} , sowie $p_{T,Z}$.

Anhang B

Abbildungsverzeichnis

2.1	'Laufende' Kopplungskonstante α_s der starken Wechselwirkung	5
2.2	Feynmandiagramme der Prozesse der QCD	7
2.3	Schematische Darstellung des Vorgehens zur Verbesserung der PDFs . .	8
2.4	Beispiel einer Partonverteilungsfunktion (NNPDF 2.3)	9
2.5	Feynmandiagramm für den Drell-Yan-Prozess	10
2.6	Möglichkeiten zur Z+Jet Produktion	11
2.7	Einteilung der Ereignisse in Rapiditätsbins	13
3.1	Einteilung der Ereignisse nach Position von Z-Boson und Jet	17
4.1	Wirkungsquerschnittsvorhersage des CT14 Sets	23
4.2	Vergleich der PDF-Unsicherheiten verschiedener Sets ('same side') . . .	28
4.3	Vergleich der PDF-Unsicherheiten verschiedener Sets ('opposite side') .	29
4.4	Korrelation: Gluon-PDF des NNPDF 2.3 Sets ('same side')	34
4.5	Korrelation: Gluon-PDF des NNPDF 2.3 Sets ('opposite side')	35
4.6	Skalenunsicherheit bezüglich μ_R und μ_F ('same side')	38
4.7	Skalenunsicherheit bezüglich μ_R und μ_F ('opposite side')	39
4.8	Subprozesse der Z+Jet Produktion in LO ('same side')	44
4.9	Subprozesse der Z+Jet Produktion in LO ('opposite side')	45
4.10	Subprozesse der Z+Jet Produktion in NLO ('same side')	46
4.11	Subprozesse der Z+Jet Produktion in NLO ('opposite side')	47
A.1	Wirkungsquerschnittsvorhersagen verschiedener PDF-Sets	52
A.2	Fehlerhafte Skalenunsicherheiten berechnet ohne HOPPET	53
A.3	Korrelation mit der Seequark-PDF ('same side')	54
A.4	Korrelation mit der Seequark-PDF ('opposite side')	55
A.5	Korrelation mit der u-Valenzquark-PDF ('same side')	56
A.6	Korrelation mit der u-Valenzquark-PDF ('opposite side')	57
A.7	Korrelation mit der d-Valenzquark-PDF ('same side')	58
A.8	Korrelation mit der d-Valenzquark-PDF ('opposite side')	59

Anhang C

Literatur

- [1] Tung-Mow Yan und Sidney D. Drell. “The Parton Model and its Applications”. *Int. J. Mod. Phys.* A29 (2014), S. 0071.
DOI: [10.1142/S0217751X14300713](https://doi.org/10.1142/S0217751X14300713). arXiv: [1409.0051](https://arxiv.org/abs/1409.0051) [hep-ph].
- [2] John Ellis. “The Discovery of the Gluon”. *Int. J. Mod. Phys.* A29.31 (2014), S. 1430072.
DOI: [10.1142/S0217751X14300725](https://doi.org/10.1142/S0217751X14300725). arXiv: [1409.4232](https://arxiv.org/abs/1409.4232) [hep-ph].
- [3] DESY, Deutsches Elektronen-Synchrotron. Röntgenstrahlungsquelle PETRA III.
URL: http://www.desy.de/forschung/anlagen__projekte/petra_iii/index_ger.html.
- [4] DESY, Deutsches Elektronen-Synchrotron. HERA-Speicherring. URL: http://www.desy.de/forschung/anlagen__projekte/hera/index_ger.html.
- [5] Peter Skands. “Introduction to QCD”. *Proceedings, Theoretical Advanced Study Institute in Elementary Particle Physics: Searching for New Physics at Small and Large Scales (TASI 2012): Boulder, Colorado, June 4-29, 2012*. 2013, S. 341–420.
DOI: [10.1142/9789814525220_0008](https://doi.org/10.1142/9789814525220_0008). arXiv: [1207.2389](https://arxiv.org/abs/1207.2389) [hep-ph].
- [6] Dominik Haitz. “Precision Studies of Proton Structure and Jet Energy Scale with the CMS Detector at the LHC”. Diss. Karlsruher Institut für Technologie, 2016.
- [7] Particle Data Group Collaboration. “Review of Particle Physics”. *Chin. Phys.* C40.10 (2016), S. 100001.
DOI: [10.1088/1674-1137/40/10/100001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/40/10/100001).
- [8] H. C. van de Hulst. “Light scattering by small particles”. Dover classics of science and mathematics. Unabr. and corr. republication of the work originally published in 1957 by Wiley. New York: Dover Publ., 1981. ISBN: 0-486-64228-3.
- [9] Georg Sieber. “Measurement of Triple-Differential Dijet Cross Sections with the CMS Detector at 8 TeV and PDF Constraints”. Diss. Karlsruher Institut für Technologie, 2016.
- [10] Anwar Bhatti und Don Lincoln. “Jet Physics at the Tevatron”. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 60 (2010), S. 267–297.
DOI: [10.1146/annurev.nucl.012809.104430](https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.012809.104430). arXiv: [1002.1708](https://arxiv.org/abs/1002.1708) [hep-ex].
- [11] G. Altarelli. “QCD evolution equations for parton densities”. *Scholarpedia* 4.1 (2009). revision #91681, S. 7124.

- [12] The Durham HepData Project. PDF Plotter. URL: <http://hepdata.cedar.ac.uk/pdf/pdf3.html>.
- [13] UA1 Collaboration. “Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around $95 \text{ GeV}/c^2$ at the CERN SPS collider”. *Physics Letters B* 126.5 (1983), S. 398–410. ISSN: 0370-2693.
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90188-0](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(83)90188-0).
- [14] UA2 Collaboration. “Evidence for $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ at the CERN pp collider”. *Physics Letters B* 129.1 (1983), S. 130–140. ISSN: 0370-2693.
DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693\(83\)90744-X](http://dx.doi.org/10.1016/0370-2693(83)90744-X).
- [15] Tevatron Electroweak Working Group Collaboration. “Precision Electroweak Measurements and Constraints on the Standard Model” (2010). arXiv: [1012.2367](https://arxiv.org/abs/1012.2367) [hep-ex].
- [16] Sidney D. Drell und Tung-Mow Yan. “Massive Lepton-Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High Energies”. *Phys. Rev. Lett.* 25 (5 Aug. 1970), S. 316–320.
DOI: [10.1103/PhysRevLett.25.316](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.25.316).
- [17] Sherpa Team. Dokumentation der aktuellen Version. URL: <https://sherpa.hepforge.org/doc/SHERPA-MC-2.2.1.html>.
- [18] T. Gleisberg u. a. “Event generation with SHERPA 1.1”. *JHEP* 02 (2009), S. 007.
DOI: [10.1088/1126-6708/2009/02/007](https://doi.org/10.1088/1126-6708/2009/02/007). arXiv: [0811.4622](https://arxiv.org/abs/0811.4622) [hep-ph].
- [19] Blackhat Projekt. URL: <https://blackhat.hepforge.org/>.
- [20] Zvi Bern u. a. “High multiplicity processes at NLO with BlackHat and Sherpa”. *PoS LL2012* (2012), S. 018. arXiv: [1210.6684](https://arxiv.org/abs/1210.6684) [hep-ph].
- [21] Rivet Benutzerhandbuch, Version 2.5.3. URL: <https://rivet.hepforge.org/rivet-manual.pdf>.
- [22] Andy Buckley u. a. “Rivet user manual”. *Comput. Phys. Commun.* 184 (2013), S. 2803–2819.
DOI: [10.1016/j.cpc.2013.05.021](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2013.05.021). arXiv: [1003.0694](https://arxiv.org/abs/1003.0694) [hep-ph].
- [23] Luigi Del Debbio, Nathan P. Hartland und Steffen Schumann. “MCgrid: projecting cross section calculations on grids”. *Comput. Phys. Commun.* 185 (2014), S. 2115–2126.
DOI: [10.1016/j.cpc.2014.03.023](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2014.03.023). arXiv: [1312.4460](https://arxiv.org/abs/1312.4460) [hep-ph].
- [24] MCgrid Projekt. URL: <http://mcgrid.hepforge.org/>.
- [25] T. Kluge, K. Rabbertz und M. Wobisch. “FastNLO: Fast pQCD calculations for PDF fits”. *Deep inelastic scattering. Proceedings, 14th International Workshop, DIS 2006, Tsukuba, Japan, April 20-24, 2006*. 2006, S. 483–486. arXiv: [hep-ph/0609285](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0609285) [hep-ph].
- [26] Klaus Rabbertz. “Jet Physics at the LHC”. *Springer Tracts Mod. Phys.* 268 (2017), S. 112.
DOI: [10.1007/978-3-319-42115-5](https://doi.org/10.1007/978-3-319-42115-5).

-
- [27] Sayipjamal Dulat u. a. “New parton distribution functions from a global analysis of quantum chromodynamics”. *Phys. Rev.* D93.3 (2016), S. 033006.
DOI: [10.1103/PhysRevD.93.033006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.033006). arXiv: [1506.07443](https://arxiv.org/abs/1506.07443) [hep-ph].
- [28] L. A. Harland-Lang u. a. “Parton distributions in the LHC era: MMHT 2014 PDFs”. *Eur. Phys. J. C* 75.5 (2015), S. 204.
DOI: [10.1140/epjc/s10052-015-3397-6](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-015-3397-6). arXiv: [1412.3989](https://arxiv.org/abs/1412.3989) [hep-ph].
- [29] J. Pumplin u. a. *Uncertainties of predictions from parton distribution functions II: the Hessian method*. Phys.Rev.D65:014013,2001.
DOI: [10.1103/PhysRevD.65.014013](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.014013).
- [30] J. Pumplin, D. R. Stump und W. K. Tung. “Multivariate fitting and the error matrix in global analysis of data”. *Phys. Rev.* D65 (2001), S. 014011.
DOI: [10.1103/PhysRevD.65.014011](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.014011). arXiv: [hep-ph/0008191](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0008191) [hep-ph].
- [31] NNPDF Collaboration. “Parton distributions for the LHC Run II”. *JHEP* 04 (2015), S. 040.
DOI: [10.1007/JHEP04\(2015\)040](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2015)040). arXiv: [1410.8849](https://arxiv.org/abs/1410.8849) [hep-ph].
- [32] Official LHPDF 6.1 PDF Sets. URL: <http://lhpdf.hepforge.org/pdfsets.html>.
- [33] NNPDF Collaboration. URL: <https://nnpdf.hepforge.org/>.
- [34] Gavin P. Salam und Juan Rojo. “A Higher Order Perturbative Parton Evolution Toolkit (HOPPET)”. *Comput. Phys. Commun.* 180 (2009), S. 120–156.
DOI: [10.1016/j.cpc.2008.08.010](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2008.08.010). arXiv: [0804.3755](https://arxiv.org/abs/0804.3755) [hep-ph].
- [35] Radja Boughezal, Xiaohui Liu und Frank Petriello. “Phenomenology of the Z-boson plus jet process at NNLO”. *Phys. Rev.* D94.7 (2016), S. 074015.
DOI: [10.1103/PhysRevD.94.074015](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.94.074015). arXiv: [1602.08140](https://arxiv.org/abs/1602.08140) [hep-ph].

Erklärung der selbstständigen Anfertigung der Arbeit

Hiermit versichere ich wahrheitsgemäß, die vorliegende Bachelorarbeit mit dem Titel

*» Untersuchung des dreifach differentiellen Wirkungsquerschnitts der Z +Jet Produktion
auf PDF-Sensitivität«*

selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Hilfsmittel
angefertigt zu haben.

Bettina Schillinger

Karlsruhe, den 21. Dezember 2016